Kelas XII

MATEMATIKA PEMINATAN

Statistika Inferensial

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari materi ini, kamu diharapkan memiliki kemampuan berikut.

1. Memahami perbedaan antara populasi dan sampel.
2. Memahami cara penarikan sampel acak dari suatu populasi.
3. Memahami konsep percobaan acak dan variabel acak.
4. Memahami jenis-jenis variabel acak.
5. Dapat menentukan distribusi peluang diskrit dari suatu kejadian.
6. Dapat merumuskan fungsi distribusi binomial melalui percobaaan acak.
7. Dapat menggunakan rumus fungsi distribusi binomial untuk menentukan peluang suatu kejadian.
8. Memahami konsep dan sifat fungsi distribusi binomial.
9. Dapat melakukan pendekatan distribusi normal terhadap distribusi binomial.

A. Penarikan Sampel dari Suatu Populasi

Berdasarkan sensus penduduk pada tahun 2015, jumlah penduduk Indonesia adalah 255.461.700 jiwa. **Sensus penduduk** merupakan perhitungan jumlah penduduk yang menyeluruh dan serentak oleh pemerintah dalam kurun waktu tertentu. Ini berarti, sensus penduduk dilakukan pada keseluruhan populasi yang diteliti, agar diperoleh data yang diharapkan.

Apa itu populasi? **Populasi** adalah keseluruhan objek yang menjadi fokus pengamatan/penelitian. Untuk memperoleh suatu data, sensus tidak selalu dapat dilakukan karena alasan-alasan berikut.

- Anggota populasi yang sangat banyak.
- Tidak praktis.
- Tidak ekonomis.
- Waktu yang terlalu singkat.
- Masalah ketelitian.
- Dapat bersifat merusak.

Jika penelitian terhadap keseluruhan populasi tidak memungkinkan, penelitian dapat dilakukan terhadap bagiannya. Bagian populasi yang dipilih harus memiliki keseluruhan ciri-ciri populasi (representatif). Bagian ini disebut dengan **sampel**.

Agar kamu lebih memahami tentang populasi dan sampel, mari simak perbedaaannya pada tabel berikut.

Tabel Perbedaan Populasi dan Sampel

<table>
<tr><th colspan="2">Pembeda</th><th>Populasi</th><th>Sampel</th></tr>
<tr><td colspan="2">Pengertian</td><td>Keseluruhan objek yang menjadi fokus pengamatan/penelitian</td><td>Bagian dari populasi</td></tr>
<tr><td colspan="2">Istilah yang digunakan sebagai ukuran kumpulan data</td><td>Parameter</td><td>Statistik</td></tr>
<tr><td colspan="2">Contoh ukuran data dan lambangnya</td><td>Rata-rata (μ)
Simpangan baku (σ)</td><td>Rata-rata ($\bar{x}$)
Simpangan baku (s)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Istilah untuk banyak anggota</td><td>Ukuran populasi (N)</td><td>Ukuran sampel (n)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Contoh</td><td>Percobaan untuk mengetahui rasa sepanci sup.</td><td>Sepanci sup</td><td>Beberapa sendok sup</td></tr>
<tr><td>Penelitian untuk mengetahui tingkat pencemaran air sungai di suatu daerah.</td><td>Seluruh air sungai</td><td>Beberapa liter air sungai</td></tr>
</table>

Pembeda		Populasi	Sampel
Contoh	Penelitian terhadap kandungan zat berbahaya dalam mi ayam yang dijual pedagang makanan di kota A.	Seluruh mi ayam yang dijual pedagang makanan di kota A	Beberapa mangkuk mi ayam yang dijual pedagang makanan di kota A

Untuk memperoleh sampel yang mewakili seluruh ciri-ciri populasi (representatif), dibutuhkan teknik penarikan sampel (*sampling*) yang tepat. Berikut ini disajikan beberapa teknik penarikan sampel beserta ciri-cirinya

1. *Sampling* Seadanya

Ciri-ciri *sampling* seadanya adalah sebagai berikut.

a. Pengambilan sebagian populasi berdasarkan seadanya data atau kemudahan mendapatkan data.
b. Objek yang kebetulan ditemukan peneliti dan memenuhi syarat sebagai sumber data dapat dijadikan sampel.
c. Kesimpulannya bersifat kasar atau sementara.
d. Masih digunakan dalam penelitian sosial.

Contoh:
Pengumpulan pendapat masyarakat provinsi A dari orang-orang yang lewat di jalanan tertentu. Pendapat ini terkait tentang calon yang akan memenangkan pemilihan gubernur dan wakil gubernur tahun 2017.

Ini berarti, populasinya adalah pendapat keseluruhan masyarakat provinsi A, sedangkan sampelnya adalah pendapat orang orang dari provinsi A yang lewat di jalanan tertentu.

2. *Sampling* Purposif (*Sampling* Pertimbangan)

Ciri-ciri *sampling* purposif adalah sebagai berikut.

a. Pengambilan sampel berdasarkan pertimbangan perorangan atau peneliti.
b. Sering digunakan pada studi kasus terkait beberapa persoalan yang khas.

Contoh:
Sebuah penelitian dilakukan dengan membagikan angket. Ternyata, yang dikembalikan hanya 35% dari keseluruhan angket. Peneliti menggunakan pertimbangan bahwa jawaban angket yang tidak dikembalikan dan yang

dikembalikan memiliki ciri-ciri yang sama dengan populasi penelitian. Akhirnya, peneliti memutuskan untuk menggunakan 35% angket yang dikembalikan sebagai sampel yang representatif.

Ini berarti, populasinya adalah keseluruhan angket, sedangkan sampelnya adalah angket yang dikembalikan.

3. *Sampling* Acak (Random *Sampling*)

Ciri-ciri *sampling* acak adalah sebagai berikut.

a. Setiap anggota populasi mempunyai peluang yang sama untuk diambil menjadi anggota sampel.
b. Biasanya digunakan pada populasi yang homogen, yaitu populasi yang seluruh anggotanya dikenai perlakuan yang sama atau memiliki sifat-sifat yang sama.

Contoh:
Sebuah perusahaan melakukan penelitian tentang kualitas berbagai model sandal yang diproduksinya. Untuk itu, seorang pegawai mengambil 50 pasang dari setiap model untuk diperiksa kualitasnya.

Ini berarti, populasinya adalah keseluruhan sandal, sedangkan sampelnya adalah 50 pasang sandal dari setiap model.

Secara garis besar, terdapat dua macam *sampling*, yaitu *sampling* nonpeluang dan *sampling* peluang. Pada *sampling* nonpeluang, peluang anggota populasi terpilih menjadi sampel tidak diperhitungkan dan ketelitiannya tidak dapat ditaksir. Sampel hanya diambil dari bagian populasi dengan ciri-ciri yang diinginkan dan tersedia pada saat itu. Contohnya adalah *sampling* seadanya dan *sampling* purposif. Sementara pada *sampling* peluang, sampel diambil dari anggota populasi berdasarkan peluang yang diketahui. Contohnya adalah *sampling* acak.

Contoh Soal 1

Seseorang akan meneliti tentang pengembangan kegiatan ekstrakurikuler catur di SMA se-kota Bogor. Tentukan teknik pengambilan sampel yang tepat untuk kasus tersebut.

Pembahasan:

Catur merupakan salah satu kegiatan ekstrakurikuler yang unik dan tidak semua SMA mengembangkannya. Oleh karena itu, berdasarkan pertimbangan peneliti, sampel diambil dari beberapa SMA yang mengembangkan ekstrakurikuler catur saja. Tidak perlu dari semua SMA se-kota Bogor diambil sampelnya.

Jadi, teknik pengambilan sampel yang tepat untuk kasus tersebut adalah *sampling* purposif.

Contoh Soal 2

Sebuah perusahaan elektronik bertaraf internasional menyatakan bahwa penanak nasi hasil produksinya masih dapat berfungsi dengan baik selama 6 tahun. Namun, akhir-akhir ini timbul dugaan bahwa masa pakainya sudah berkurang. Tentukan teknik pengambilan sampel yang tepat untuk membuktikan dugaan tersebut.

Pembahasan:

Sebuah perusahaan elektronik bertaraf internasional tentunya memiliki standar yang sama untuk setiap penanak nasi hasil produksinya. Mulai dari bahan baku, proses produksi, hingga pengemasan. Ini berarti, setiap penanak nasi memperoleh perlakuan yang sama, sehingga memiliki peluang yang sama untuk terpilih sebagai anggota sampel.

Jadi, teknik pengambilan sampel yang tepat untuk membuktikan dugaan tersebut adalah *sampling* acak.

B. Pengambilan Sampel Acak

Pengambilan sampel acak dapat dilakukan jika setiap anggota populasi memiliki peluang yang sama untuk diambil menjadi anggota sampel. Cara yang umum digunakan pada pengambilan sampel acak dengan populasi terhingga adalah melalui undian dan tabel bilangan acak.

1. Undian

Cara undian merupakan cara yang paling banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Langkah-langkah pengambilan sampel acak dengan cara undian adalah sebagai berikut.

a. Memberi nomor setiap anggota populasi dengan angka 1 sampai nomor yang sesuai dengan banyaknya anggota populasi.
b. Menuliskan nomor-nomor tersebut pada secarik kertas dengan warna, bentuk, dan ukuran yang sama.
c. Menggulung dan menempatkan kertas tersebut dalam sebuah wadah, kemudian mengocoknya.
d. Meminta seseorang yang ditutup matanya untuk mengambil satu gulungan, kemudian sisanya dikocok lagi.
e. Mengulangi kegiatan tersebut sebanyak sampel yang dibutuhkan.
f. Nomor-nomor yang terambil merupakan anggota sampel.

2. Tabel Bilangan Acak

Contoh tabel bilangan acak adalah sebagai berikut.

No.	0 – 4	5 – 8	9 – 12	13 – 16	17 – 20	21 – 24	25 – 28	29 – 32
1	0249	0541	2227	9443	9364	0423	0720	7411
2	1196	6834	6960	6278	3701	0925	3302	0801
3	4825	6034	6549	6992	4079	0540	3351	5439
4	2924	6730	8021	4812	3536	0488	1899	7749
5	3253	2772	6572	4307	0722	8652	9184	5792
6	6675	7989	5592	3759	3431	4320	4558	2545
7	1126	6345	4576	5059	7746	3466	8269	9926
8	1177	2391	4245	5618	0146	9313	7489	2464
9	6256	1303	6503	4081	4754	5179	8081	3361
10	6279	6307	7935	4977	0501	3010	5081	3300

(Sumber: *Sudjana*, 2005: 171)

Keterangan:
Elemen yang mendatar disebut baris. Contohnya adalah 1, 2, 3, ..., 10.
Elemen yang tegak disebut kolom. Contohnya adalah 0 – 4, 5 – 8, ..., 29 – 32.

Agar kamu paham tentang penggunaan tabel bilangan acak, mari simak contoh soal berikut.

Contoh Soal 3

Jika sampel berukuran n = 25 diambil dari sebuah populasi yang terdiri atas 400 anggota, jelaskan cara penarikan sampel acak dengan tabel bilangan acak.

Pembahasan:

Diketahui:
banyak sampel = n = 25
banyak populasi = N = 400

Oleh karena banyak anggota populasi ratusan, maka setiap anggota dinomori dengan 3 digit angka, yaitu 001, 002, 003, ..., 399, 400.

Ambil sembarang baris dan kolom pada tabel bilangan acak untuk memulai penentuan angka acak. Beri nomor baris dan kolomnya untuk mempermudah pengambilan.

Misalkan yang diambil adalah baris 2 kolom 6. Oleh karena bilangan yang dibutuhkan adalah ratusan, sedangkan elemen pada tabel yang tersedia berbentuk ribuan, maka yang digunakan adalah 3 digit pertama.

Elemen tabel yang dimulai dari baris 2 kolom 6 sampai baris akhir kolom 6 adalah sebagai berikut.

683 603 673 277 798 634 239 130 630

Bilangan yang digarisbawahi merupakan bagian dari sampel yang diperlukan, yaitu anggota populasi yang bernomor 277, 239, dan 130. Bilangan yang digarisbawahi haruslah ≤ 400 (tidak boleh lebih dari jumlah anggota populasi).

Kegiatan ini terus dilanjutkan dengan menentukan baris dan kolom yang baru, hingga diperoleh anggota sampel sebanyak yang diperlukan.

C. Percobaan Acak dan Definisi Variabel Acak

Penarikan sampel acak merupakan salah satu contoh dari percobaan acak. **Percobaan acak** adalah suatu percobaan yang hasilnya tidak dapat ditentukan dengan pasti, tetapi dapat diperkirakan kemungkinan hasilnya.

Contoh percobaan acak antara lain adalah sebagai berikut.

1. Pelemparan sekeping uang logam dengan sisi angka dan gambar sebanyak 2 kali.
2. Pelemparan dua buah dadu bersisi enam sebanyak 1 kali.
3. Pengambilan dua bola berturut-turut tanpa pengembalian dari sebuah kotak yang berisi 5 bola kuning dan 4 bola hijau.

Pada ketiga contoh tersebut, kita tidak dapat menentukan dengan pasti hasil yang akan muncul pada setiap percobaan, tetapi kita dapat meramalkan semua kemungkinannya.

Semua kemungkinan hasil dari suatu percobaan acak disebut **ruang sampel (S)**. Sementara anggota ruang sampel disebut **titik sampel**.

Contoh:
Ruang sampel dari pelemparan sekeping uang logam dengan sisi angka (A) dan gambar (G) sebanyak 2 kali adalah sebagai berikut.

S = {AA, AG, GA, GG}

AA, AG, GA, dan GG disebut titik sampel, sehingga banyak titik sampel dari percobaan tersebut adalah $n(S) = 4$.

Jika kita amati banyak sisi angka (A) yang muncul berdasarkan contoh tersebut, kita akan memperoleh bilangan-bilangan berikut.

- 0 dari GG karena tidak terdapat A.
- 1 dari AG dan GA karena terdapat 1 A.
- 2 dari AA karena terdapat 2 A.

Bilangan 0, 1, dan 2 merupakan besaran acak yang nilainya ditentukan dari hasil percobaan. Bilangan-bilangan tersebut mewakili nilai dari titik sampel yang diamati. Ini berarti, banyak sisi angka yang muncul merupakan fungsi yang memetakan setiap anggota ruang sampel pada bilangan real tertentu, misalnya 0, 1, dan 2. Fungsi ini dinamakan variabel acak.

Variabel acak adalah fungsi yang memetakan setiap anggota ruang sampel (titik sampel) pada suatu bilangan real. Secara matematis, dapat dinotasikan sebagai berikut.

$X : \mathrm{S} \rightarrow \mathrm{R}$

Keterangan:
X = variabel acak;
S = ruang sampel; dan
R = himpunan bilangan real.

Variabel acak dilambangkan dengan menggunakan huruf kapital, sedangkan untuk menyatakan salah satu nilainya digunakan huruf kecilnya. Sebagai contoh, X adalah variabel acak, sedangkan x adalah salah satu nilai variabel acak X.

Sebagai contoh, pada percobaan pelemparan sekeping uang logam sebanyak 2 kali, diperoleh variabel acak X yang menyatakan banyak sisi angka yang muncul. Variabel X bernilai 1 (x = 1) untuk semua titik sampel dalam himpunan bagian S, yaitu E = {AG, GA}.

Contoh Soal 4

Seorang petugas penitipan tas mengembalikan tas secara acak kepada pemiliknya. Ayu, Bianca, dan Celine berturut-turut menerima sebuah tas.

a. Tuliskan semua titik sampel dari kemungkinan urutan pengembalian tas.
b. Tentukan nilai y bagi variabel acak Y yang melambangkan banyaknya pasangan tas dan pemiliknya yang tepat.

Pembahasan:

Misalkan:
tas Ayu = A
tas Bianca = B
tas Celine = C

a. Semua titik sampel dari kemungkinan urutan pengembalian tas adalah sebagai berikut.

   S = {ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA}

b. Diketahui:
   Y = banyaknya pasangan tas dan pemiliknya yang tepat
   y = salah satu nilai Y

   Urutan pengembalian tas adalah Ayu, Bianca, dan Celine.

   Pasangan tas dan pemiliknya yang tepat akan diperoleh jika tas diberikan sesuai dengan urutan pengembaliannya, yaitu ABC. Ini berarti, A di urutan ke-1, B di urutan ke-2, dan C di urutan ke-3.

   Dengan demikian, diperoleh:

Ruang Sampel	y	Alasan
ABC	3	Ketiga tas pemiliknya tepat
ACB	1	Hanya tas ke-1 yang pemiliknya tepat
BAC	1	Hanya tas ke-3 yang pemiliknya tepat
BCA	0	Tidak ada yang tepat
CAB	0	Tidak ada yang tepat
CBA	1	Hanya tas ke-2 yang pemiliknya tepat

   Jadi, nilai y bagi variabel acak Y adalah 0, 1, dan 3.

D. Jenis-Jenis Variabel Acak

Variabel acak merupakan variabel yang memetakan setiap anggota ruang sampel pada suatu bilangan real. Ini berarti, variabel acak dapat dikelompokkan berdasarkan ruang sampelnya. Oleh karena itu, mari pahami terlebih dahulu tentang macam-macam ruang sampel. Secara umum, terdapat 2 macam ruang sampel, yaitu ruang sampel diskrit dan ruang sampel kontinu.

1. Ruang Sampel Diskrit

Perhatikan kembali contoh soal 4. Banyak anggota ruang sampel (n(S)) pada contoh soal 4 adalah 6 buah. Ini berarti, nilai n(S) terhingga. Namun, jika sebuah dadu dilemparkan berkali-kali untuk melihat kemunculan mata dadu 6, ruang sampelnya akan berbentuk barisan unsur yang tak terhingga banyaknya, yaitu sebagai berikut.

S = {M, TM, TTM, TTTM, TTTTM, ...}

Keterangan:
M = munculnya mata dadu 6; dan
T = mata dadu 6 tidak muncul.

Walaupun banyak anggota ruang sampelnya tak terhingga, tetapi banyaknya masih dapat disamakan dengan bilangan cacah, sehingga anggotanya dapat dicacah (dihitung).

Berdasarkan penjelasan tersebut, diperoleh kesimpulan berikut.

Ruang sampel diskrit adalah ruang sampel dengan titik sampel yang terhingga banyaknya atau barisan dengan banyak unsur tak terhingga, tetapi banyaknya masih dapat disamakan dengan bilangan cacah.

2. Ruang Sampel Kontinu

Banyak anggota ruang sampel dari suatu percobaan acak terkadang tak terhingga atau tidak tercacah.
Contoh:

a. Jarak yang dapat ditempuh oleh sebuah sepeda motor dengan 10 liter bensin. Jika diukur dengan tingkat ketelitian tinggi, akan diperoleh tak terhingga banyaknya kemungkinan jarak yang ditempuh sepeda motor tersebut. Hal ini terjadi karena besarnya jarak tidak selalu bulat dan tidak dapat disamakan dengan bilangan cacah.

b. Lama waktu reaksi kimia tertentu. Banyaknya kemungkinan selang waktu yang menjadi anggota ruang sampel pada percobaan ini adalah tak terhingga dan tidak tercacah.

Berdasarkan penjelasan tersebut, diperoleh kesimpulan berikut.

Ruang sampel kontinu adalah ruang sampel dengan titik sampel yang tak terhingga banyaknya, seperti banyak titik pada sebuah ruas garis.

Oleh karena terdapat ruang sampel diskrit dan kontinu, maka variabel acak juga terdiri atas variabel acak diskrit dan kontinu. Agar kamu dapat dengan mudah mengenalinya, mari pahami perbedaannya pada tabel berikut ini.

Tabel Perbedaan antara Variabel Acak Diskrit dan Kontinu

Pembeda	Variabel Acak Diskrit	Variabel Acak Kontinu
Definisi	Variabel yang diperoleh dari hasil perhitungan (pencacahan).	Variabel yang diperoleh dari hasil pengukuran.
Jenis data	Data yang dicacah	Data yang diukur
Contoh data	Banyak produk yang cacat, banyak kecelakaan per tahun di suatu daerah, jumlah bilangan bila sepasang dadu dilemparkan.	Tinggi, berat badan, suhu, jarak, dan waktu.
Fungsi peluang	Fungsi massa peluang	Fungsi kepekatan peluang
Bentuk grafik fungsi peluang	Histogram	Luas daerah di bawah kurva

Contoh Soal 5

Klasifikasikan variabel acak berikut ke dalam variabel acak diskrit atau kontinu.
M : banyak wajib pajak dari setiap provinsi.
P : lama pertandingan final bulu tangkis.
Q : produksi wol suatu peternakan per tahun.
R : banyak produksi kelapa per hektar.
X : banyak siswa yang lulus UN dari setiap sekolah.

Pembahasan:

M merupakan variabel acak diskrit karena datanya dapat dicacah.
P merupakan variabel acak kontinu karena datanya hanya dapat diukur (nilainya tidak selalu bulat).
Q merupakan variabel acak kontinu karena datanya hanya dapat diukur.
R merupakan variabel acak diskrit karena datanya dapat dicacah.
X merupakan variabel acak diskrit karena datanya dapat dicacah.

E. Distribusi Peluang Diskrit

Setiap nilai variabel acak diskrit dikaitkan dengan besar peluang tertentu. Misalnya, dalam pelemparan uang logam sebanyak dua kali. Ruang sampelnya adalah S = {AA, AG, GA, GG}. Ini berarti, banyak titik sampelnya adalah n(S) = 4.

Untuk menentukan peluang setiap titik sampelnya, dapat digunakan rumus berikut.

$$P(\mathrm{K}) = \frac{n(\mathrm{K})}{n(\mathrm{S})}$$

dengan n(K) = banyak kejadian yang diharapkan.

Ini berarti, peluang untuk setiap titik sampel dari percobaan melempar uang logam sebanyak dua kali adalah $\frac{1}{4}$.

Salah satu nilai variabel acak X yang menunjukkan banyaknya sisi angka yaitu x = 1 dikaitkan dengan nilai peluang $\frac{1}{2}$. Hal ini dikarenakan terdapat 2 titik sampel, yaitu AG dan GA, sehingga peluangnya adalah $2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

Perhatikan kembali contoh soal 4. Dari contoh soal 4, diperoleh ruang sampel dan nilai y berikut.

Ruang Sampel	y
ABC	3
ACB	1
BAC	1
BCA	0
CAB	0
CBA	1

Oleh karena banyak titik sampel n(S) = 6, maka peluang untuk setiap titik sampel adalah $\frac{1}{6}$. Sekarang, mari kita hitung nilai peluang dari masing-masing nilai y.

- Untuk $y = 0$, terdapat 2 titik sampel yaitu BCA dan CAB, sehingga peluangnya adalah $2\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}$.
- Untuk $y = 1$, terdapat 3 titik sampel yaitu ACB, BAC, dan CBA, sehingga peluangnya adalah $3\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2}$.
- Untuk $y = 3$, terdapat 1 titik sampel yaitu ABC, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{6}$.

Semua kemungkinan nilai y beserta nilai peluangnya dapat disajikan pada tabel berikut.

y	0	1	3
$P(Y = y)$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

Berdasarkan tabel tersebut, diketahui bahwa jumlah peluang untuk semua kemungkinan nilai y adalah 1.

Penentuan peluang akan lebih praktis jika semua peluang variabel acak dinyatakan dalam sebuah rumus. Rumus tersebut berupa fungsi dari nilai variabel acak, misalnya fungsi dalam x seperti $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, dan sebagainya. Jadi, $f(x) = P(X = x)$. Contohnya $f(1) = P(X = 1)$. Himpunan pasangan berurutan $(x, f(x))$ disebut **fungsi peluang** atau distribusi peluang bagi variabel acak X.

Distribusi peluang diskrit adalah sebuah tabel atau rumus yang memuat semua kemungkinan nilai suatu variabel acak diskrit beserta peluangnya.

Secara umum, jumlah peluang untuk semua nilai x adalah $P(X = x) = 1$.

Contoh Soal 6

Tentukan distribusi peluang untuk jumlah dua mata dadu yang muncul jika dua buah dadu dilemparkan secara bersamaan.

Pembahasan:

Ruang sampel untuk pelemparan dua buah dadu adalah sebagai berikut.

Dadu 1 \ Dadu 2	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Ini berarti, $n(S) = 36$.

Misalkan:
X = jumlah dua mata dadu
x = nilai dari X

Nilai terkecil dari setiap mata dadu adalah 1 dan yang terbesar adalah 6. Dengan demikian, jumlah terkecil dari dua mata dadu adalah 2 dan yang terbesar adalah 12.

Ini berarti, $x = 2, 3, 4, 5, ..., 12$.

Oleh karena $n(S) = 36$, maka setiap titik sampel (pasangan mata dadu) memiliki peluang yang sama, yaitu $\frac{1}{36}$. Dengan demikian, peluang dari setiap nilai x adalah sebagai berikut.

Untuk $x = 2$, $P(X = 2) = \frac{1}{36}$, yaitu berasal dari (1, 1).

Untuk $x = 3$, $P(X = 3) = \frac{2}{36}$, yaitu berasal dari (1, 2) dan (2, 1).

⋮

Untuk $x = 12$, $P(X = 12) = \frac{1}{36}$, yaitu berasal dari (6, 6).

Dengan demikian, distribusi peluangnya adalah sebagai berikut.

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Contoh Soal 7

Tentukan rumus distribusi peluang untuk banyaknya sisi gambar yang muncul jika sekeping uang logam dilemparkan 5 kali.

Pembahasan:

Oleh karena sekeping uang logam memiliki 2 sisi yaitu angka (A) dan gambar (G), dan pelemparan dilakukan 5 kali, maka $n(S)$ dapat ditentukan dengan permutasi berulang.

Diketahui:
banyak perulangan (percobaan) = banyak pelemparan = 5
banyak unsur yang berulang = banyak sisi uang logam = 2

Dengan demikian, diperoleh:
$n(S) = 2^5 = 32$

Misalkan:
X = banyaknya sisi gambar yang muncul
x = nilai dari X

Setiap titik sampel memiliki peluang yang dapat dituliskan dalam bentuk pecahan.

Oleh karena $n(S) = 32$, maka penyebut untuk peluangnya adalah 32. Untuk pembilangnya, dapat ditentukan berdasarkan banyaknya kemungkinan sisi gambar yang muncul.

Misalkan kita akan menentukan banyak cara munculnya 4 gambar dari 5 kali percobaan.

Banyak cara munculnya 4 gambar dari 5 kali percobaan dapat ditentukan dengan rumus kombinasi berikut.

$$C_r^n = \binom{n}{r}$$

Dengan n adalah banyak percobaan, yaitu 5 dan r adalah banyak sisi gambar yang diharapkan, yaitu 4.

Ini berarti, 4 gambar dapat muncul dalam $C_4^5 = \binom{5}{4} = 5$ cara.

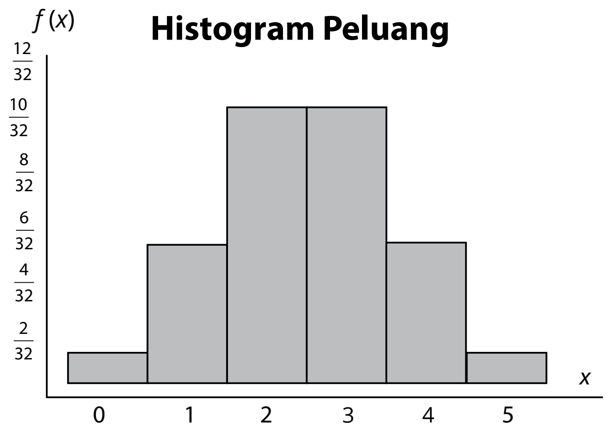
Secara umum, x sisi gambar dapat muncul dalam $\binom{5}{x}$ cara dengan x dapat bernilai 0, 1, 2, 3, 4, atau 5.

Jadi, rumus distribusi peluangnya adalah sebagai berikut.

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\binom{5}{x}}{32}, \text{ untuk } x = 0,1,2,3,4,5.$$

Selain dengan tabel dan rumus, distribusi peluang diskrit juga dapat disajikan dalam bentuk histogram peluang. Histogram ini memiliki persegipanjang dengan lebar yang sama, berpusat pada setiap nilai x, dan tinggi berupa nilai peluang yang diberikan oleh $f(x)$. Luas setiap persegipanjang menunjukkan peluang variabel acak X berdasarkan nilai x.

Sebagai contoh, perhatikan histogram peluang dari contoh soal 7 berikut.



F. Distribusi Binomial

Suatu percobaan dapat terjadi berkali-kali dengan setiap perulangannya memiliki 2 kemungkinan hasil, yaitu sukses atau gagal.

Contoh:

1. Pada pelemparan sekeping uang logam sebanyak 4 kali, setiap kemungkinan hasilnya adalah muncul sisi gambar (G) atau sisi angka (A). Kita dapat melabeli salah satunya sebagai "sukses". Sementara $P(\text{G}) = P(\text{A}) = \frac{1}{2}$ bernilai tetap pada setiap perulangan percobaan.
2. Pada pengambilan 6 bola berturut-turut dari sebuah kotak yang berisi bola merah, putih, dan biru, kejadian terambilnya bola merah dapat dikategorikan sebagai "sukses". Sementara terambilnya bola dengan warna selain merah dikategorikan sebagai gagal, dan sebagainya. Peluang terambilnya warna merah dan bukan merah bernilai tetap pada setiap pengambilan jika dilakukan dengan pengembalian.

Kedua contoh tersebut merupakan percobaan binomial atau percobaan Bernoulli.

Agar kamu lebih memahami tentang percobaan binomial, perhatikan contoh soal berikut.

Contoh Soal 8

Sekeping koin dilempar sebanyak 3 kali. Koin tersebut tidak homogen, sehingga pada setiap pelemparan, peluang munculnya sisi angka adalah $\frac{2}{3}$ dan peluang munculnya sisi gambar adalah $\frac{1}{3}$. Tentukan distribusi peluang untuk munculnya sisi gambar.

Pembahasan:

Diketahui $P(\text{A}) = \frac{2}{3}$ dan $P(\text{G}) = \frac{1}{3}$.

Oleh karena fokus pengamatan adalah munculnya sisi gambar, maka kejadian tersebut dapat dikategorikan sebagai "sukses".

Ini berarti:

X = banyaknya muncul sisi gambar

x = nilai dari variabel acak X

Ruang sampel dan nilai x dari percobaan tersebut dapat dituliskan dalam tabel berikut.

Ruang Sampel	X
AAA	0
AGA	1
AAG	1
GAA	1
AGG	2
GAG	2
GGA	2
GGG	3

Oleh karena setiap perulangan saling bebas, maka peluang munculnya sisi angka dan gambar tetap.

Selanjutnya, tentukan peluang untuk semua nilai x.

Untuk $x = 0$.

Titik sampelnya adalah AAA.

Ini berarti, banyak cara memilih 0 G dari 3 pelemparan = 1 = $C_0^3 = \binom{3}{0}$.

$$P(X=0)=\binom{3}{0}P(\text{A}).P(\text{A}).P(\text{A})$$
$$=\binom{3}{0}[P(\text{G})]^0[P(\text{A})]^3$$
$$=(1)(1)\left(\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=\frac{8}{27}$$

Untuk x = 1.

Titik sampel untuk x = 1 adalah AGA, AAG, dan GAA.
Ini berarti, banyak cara memilih 1 G dari 3 pelemparan = 3 = $C_1^3=\binom{3}{1}$.

$$P(X=1)=\binom{3}{1}P(\text{G})\cdot P(\text{A})\cdot P(\text{A})$$
$$=\binom{3}{1}[P(\text{G})]^1[P(\text{A})]^2$$
$$=(3)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$=\frac{12}{27}$$
$$=\frac{4}{9}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh peluang untuk nilai x lainnya, sehingga distribusi peluang variabel acak X adalah sebagai berikut.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

Perhatikan kembali perhitungan peluang untuk setiap nilai x pada contoh soal 8.

Untuk x = 0, $P(X=0)=\binom{3}{0}[P(\text{G})]^0[P(\text{A})]^3=\binom{3}{0}[P(\text{G})]^0[P(\text{A})]^{3-0}$

Untuk x = 1, $P(X=1)=\binom{3}{1}[P(\text{G})]^1[P(\text{A})]^2=\binom{3}{1}[P(\text{G})]^1[P(\text{A})]^{3-1}$

⋮

Untuk x = 3, $P(X=3)=\binom{3}{3}[P(\text{G})]^3[P(\text{A})]^0=\binom{3}{3}[P(\text{G})]^3[P(\text{A})]^{3-3}$

Berdasarkan perhitungan tersebut, distribusi peluang variabel acak X dengan banyak percobaan n dapat dinyatakan dengan rumus berikut.

$$f(x) = \binom{3}{x}\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-x}$$

Ciri-ciri percobaan binomial adalah sebagai berikut.

1. Percobaan dilakukan sebanyak n kali.
2. Setiap percobaan memuat dua kemungkinan, yaitu sukses atau gagal.
3. Percobaan saling bebas dengan peluang sukses (p) dan peluang gagal (q) memiliki nilai yang sama untuk setiap percobaan. Nilai $q = 1 - p$.
4. Peluang terjadinya x sukses dari n percobaan disebut dengan distribusi binomial yang dapat dirumuskan sebagai berikut.

   $b(x;\ n,\ p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$ untuk $x = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$, dengan:

   $b(x;\ n,\ p) = f(x) = P(X = x)$
5. Distribusi binomial termasuk jenis distribusi peluang diskrit.

Contoh Soal 9

Sandy melemparkan 12 buah dadu homogen sekaligus. Tentukan peluang munculnya mata dadu 4 sebanyak 8 buah.

Pembahasan:

Oleh karena fokus pengamatan adalah mata dadu 4, maka kejadian tersebut dapat dikategorikan sebagai "sukses".

Diketahui:
banyak percobaan = n = 12
banyak kesuksesan yang diharapkan = x = 8

Oleh karena setiap dadu memiliki 6 buah mata dengan nilai 1 – 6, maka peluang munculnya mata dadu 4 adalah sebagai berikut.

$$p = P(\text{mata dadu } 4) = \frac{1}{6}$$

Ini berarti:

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Dengan demikian, peluang munculnya mata dadu 4 sebanyak 8 buah dapat ditentukan dengan rumus berikut.

$$b(x;\ n,\ p) = \binom{n}{x} p^x\, q^{n-x}$$

$$\Leftrightarrow b\left(8;\ 12,\ \frac{1}{6}\right) = \binom{12}{8} \left(\frac{1}{6}\right)^8 \left(\frac{5}{6}\right)^{12-8}$$

$$\Leftrightarrow b\left(8;\ 12,\ \frac{1}{6}\right) = \frac{12!}{8!4!} \left(\frac{1}{6}\right)^8 \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$\Leftrightarrow b\left(8;\ 12,\ \frac{1}{6}\right) = 495\left(\frac{5^4}{6^{12}}\right)$$

Jadi, peluang munculnya mata dadu 4 sebanyak 8 buah adalah $495\left(\frac{5^4}{6^{12}}\right)$.

Contoh Soal 10

Dua puluh persen siswa kelas XI SMA Cemara memperoleh nilai A pada ujian semester Matematika. Sebuah sampel berukuran 20 diambil secara acak. Tentukan peluang sampel tersebut memuat paling sedikit 1 siswa yang memperoleh nilai A.

Pembahasan:

Oleh karena fokus pengamatan adalah siswa yang memperoleh nilai A, maka kejadian tersebut dapat dikategorikan sebagai "sukses".

Diketahui:
banyak sampel = n = 20
peluang siswa memperoleh nilai A = p = 20% = 0,2

Ini berarti:

$q = 1 - p = 1 - 20\% = 80\% = 0{,}8$

Oleh karena akan ditentukan peluang paling sedikit 1 siswa yang memperoleh nilai A terpilih jadi sampel, maka x = 1, 2, 3, 4, 5, ..., 20. Ini berarti:

$P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + \ldots + P(X = 20)$

Oleh karena jumlah peluang untuk semua nilai x adalah 1, maka:

$P(X = x) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + \ldots + P(X = 20) = 1$

Dengan demikian, diperoleh:

$P(X \geq 1) = P(X = x) - P(X = 0) \ldots (*)$

Mula-mula, tentukan nilai dari $P(X = 0)$.

$$\begin{aligned} P(X=0) &= b(x;\ n,\ p) \\ &= b(0;\ 20,\ 0{,}2) \\ &= \binom{20}{0}(0{,}2)^0(0{,}8)^{20} \\ &= (1)(1)(0{,}0115) \\ &= 0{,}0115 \end{aligned}$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan $P(X = 0) = 0{,}0115$ ke persamaan (*), diperoleh:

$P(X \geq 1) = 1 - 0{,}0115 = 0{,}9885$

Jadi, peluang sampel tersebut memuat paling sedikit 1 siswa yang memperoleh nilai A adalah 0,9885.

G. Konsep dan Sifat Fungsi Distribusi Binomial

1. Konsep Distribusi Binomial

Untuk lebih memahami tentang konsep distribusi binomial, perhatikan beberapa contoh soal berikut.

Contoh Soal 11

Di sebuah desa, keperluan uang untuk membeli air bersih ternyata melatarbelakangi 80% peristiwa pencurian yang terjadi. Berapa peluang bahwa tepat 2 dari 5 kasus pencurian berikutnya dilatarbelakangi oleh keperluan uang untuk membeli air bersih?

Pembahasan:

Diketahui nilai $n = 5$ dan $x = 2$.

Dengan anggapan bahwa kasus pencurian tersebut bersifat bebas dan peluang pencurian yang dilatarbelakangi oleh keperluan uang untuk membeli air bersih dianggap sebagai peluang sukses, maka:

$$p = 80\% = \frac{4}{5}$$

Ini berarti, peluang gagalnya adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} q &= 1 - p \\ &= 1 - \frac{4}{5} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh:

$$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$\begin{aligned} b\left(2; 5, \frac{4}{5}\right) &= \binom{5}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right)^{5-2} \\ &= \binom{5}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^2\left(\frac{1}{5}\right)^{3} \\ &= \frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{4^2}{5^5} \\ &= 10 \cdot \frac{16}{3125} \\ &= 0{,}0512 \end{aligned}$$

Jadi, peluang bahwa tepat 2 dari 5 kasus pencurian berikutnya dilatarbelakangi oleh keperluan uang untuk membeli air bersih 0,0512.

Contoh Soal 12

Peluang seseorang sembuh dari suatu penyakit kelainan darah adalah 0,3. Jika 6 orang diketahui menderita penyakit ini, tentukan:

a. Peluang sekurang-kurangnya 5 orang dapat sembuh.

b. Peluang tepat 2 orang yang sembuh.

Pembahasan:

a. Misalkan X adalah banyaknya orang yang sembuh. Peluang sembuh dapat disebut sebagai peluang sukses, sehingga:

$$p = 0{,}3 = \frac{3}{10}$$

Ini berarti, peluang gagalnya adalah sebagai berikut.

$$q = 1 - p$$
$$= 1 - \frac{3}{10}$$
$$= \frac{7}{10}$$

Dengan demikian, peluang sekurang-kurangnya 5 orang dapat sembuh adalah sebagai berikut.

$$b(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 6)$$
$$= b\left(5;\ 6,\ \frac{3}{10}\right) + b\left(6;\ 6,\ \frac{3}{10}\right)$$
$$= \binom{6}{5}\left(\frac{3}{10}\right)^5\left(\frac{7}{10}\right)^{6-5} + \binom{6}{6}\left(\frac{3}{10}\right)^6\left(\frac{7}{10}\right)^{6-6}$$
$$= \frac{6!}{5!1!}\left(\frac{3}{10}\right)^5\left(\frac{7}{10}\right)^1 + \frac{6!}{6!0!}\left(\frac{3}{10}\right)^6\left(\frac{7}{10}\right)^0$$
$$= 6 \cdot \frac{3^5 \cdot 7}{10^6} + \frac{3^6}{10^6}$$
$$= \frac{2187}{200000}$$
$$= 0{,}010935$$

Jadi, peluang sekurang-kurangnya 5 orang dapat sembuh adalah 0,010935.

b. Oleh karena nilai $p = \frac{3}{10}$ dan $q = \frac{7}{10}$, maka peluang tepat 2 orang dari 6 orang yang sembuh adalah sebagai berikut.

$$b(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$(X = 2) = b\left(2;\ 6,\ \frac{3}{10}\right)$$
$$= \frac{6!}{4!2!}\left(\frac{3}{10}\right)^2\left(\frac{7}{10}\right)^{6-2}$$
$$= \frac{6!}{4!2!}\left(\frac{3}{10}\right)^2\left(\frac{7}{10}\right)^4$$
$$= 15 \cdot \frac{3^2\ 7^4}{10^6}$$

$= \frac{64827}{200000}$

$= 0,324135$

Jadi, peluang tepat 2 orang yang sembuh adalah 0,324135.

2. Sifat Fungsi Distribusi Binomial

Sifat-sifat fungsi distribusi binomial adalah sebagai berikut.

Rataan	$\mu = n \cdot p$
Ragam	$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$ $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1 - p)$
Simpangan baku	$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$
Median	$Me = \lfloor np \rfloor$ atau $\lceil np \rceil$
Modus	$Mo = \lfloor (n+1)p \rfloor$ atau $\lfloor (n+1)p \rfloor - 1$

Keterangan:

n = jumlah kejadian;

p = peluang sukses; dan

$q = 1 - p$ = peluang gagal.

Contoh Soal 13

Sebuah dadu yang memiliki sisi 1, 1, 2, 3, 4, 5 dilempar satu kali. Munculnya angka 1 dikatakan sebagai sukses atau berhasil. Tentukan rataan, ragam, dan simpangan baku distribusi binomial dari pelemparan dadu tersebut.

Pembahasan:

Sebuah dadu dilempar satu kali. Ini berarti, $n = 1$.

Perhatikan bahwa munculnya angka 1 dikatakan sebagai sukses atau berhasil. Oleh karena ada dua sisi dadu dengan angka 1, maka peluang sukses munculnya angka 1 adalah sebagai berikut.

$$p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ini berarti, peluang gagalnya adalah sebagai berikut.

$$q = 1 - p$$
$$= 1 - \frac{1}{3}$$
$$= \frac{2}{3}$$

Dengan demikian, diperoleh:

Rataan distribusi binomial $= \mu = n \cdot p = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Ragam distribusi binomial $= \sigma^2 = n \cdot p \cdot q = 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

Simpangan baku distribusi binomial $= \sigma = \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Jadi, rataan, ragam, dan simpangan baku distribusi binomial dari pelemparan dadu tersebut berturut-turut adalah $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}$, dan $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

3. Cara Menggunakan Tabel Binomial

Tabel binomial dapat digunakan untuk menentukan peluang binomial tanpa menghitung secara manual maupun dengan kalkulator. Cara menggunakan tabel binomial adalah sebagai berikut.

a. Mencari tabel dengan jumlah percobaan (*n*) yang sesuai.
b. Mencari nilai *x* pada kolom *x* yang sesuai.
c. Mencari nilai probabilitas sukses yang dilambangkan dengan *p*. Perpotongan kolom *p* dan baris *x* merupakan nilai probabilitasnya.

Misalkan akan ditentukan nilai probabilitas dari *b*(3; 4, 0,3). Dari distribusi binomial tersebut, diketahui nilai x = 3, n = 4, dan p = 0,3. Dengan menggunakan langkah-langkah membaca tabel binomial, diperoleh nilai *b*(3; 4, 0,3) = 0,076. Untuk lebih jelasnya, perhatikan tabel binomial berikut.

Kemungkinan binomial:

$\binom{n}{x} p^{x}(1-p)q^{\,n-x}$

n	x	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9
1	0	0,900	0,800	0,750	0,700	0,600	0,500	0,400	0,300	0,250	0,200	0,100
	1	0,100	0,200	0,250	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,750	0,800	0,900
2	0	0,810	0,640	0,563	0,490	0,360	0,250	0,160	0,090	0,063	0,040	0,010
	1	0,180	0,320	0,375	0,420	0,480	0,500	0,480	0,420	0,375	0,320	0,180
	2	0,010	0,040	0,063	0,090	0,160	0,250	0,360	0,490	0,563	0,640	0,810
3	0	0,729	0,512	0,422	0,343	0,216	0,125	0,064	0,027	0,016	0,008	0,001
	1	0,243	0,384	0,422	0,441	0,432	0,375	0,288	0,189	0,141	0,096	0,027
	2	0,027	0,095	0,141	0,189	0,288	0,375	0,432	0,441	0,422	0,384	0,243
	3	0,001	0,008	0,016	0,027	0,064	0,125	0,216	0,343	0,422	0,512	0,729
4	0	0,656	0,410	0,316	0,240	0,130	0,063	0,026	0,008	0,004	0,002	0,000
	1	0,292	0,410	0,422	0,412	0,346	0,250	0,154	0,076	0,047	0,026	0,004
	2	0,049	0,154	0,211	0,265	0,346	0,375	0,346	0,265	0,211	0,154	0,049
	3	0,004	0,026	0,047	0,076	0,154	0,250	0,346	0,412	0,422	0,410	0,292
	4	0,000	0,002	0,004	0,008	0,026	0,063	0,130	0,240	0,316	0,410	0,656
5	0	0,590	0,328	0,237	0,168	0,078	0,031	0,010	0,002	0,001	0,000	0,000
	1	0,328	0,410	0,396	0,360	0,259	0,156	0,077	0,028	0,015	0,006	0,000
	2	0,073	0,205	0,264	0,309	0,346	0,313	0,230	0,132	0,088	0,051	0,008
	3	0,008	0,051	0,088	0,132	0,230	0,313	0,346	0,309	0,264	0,205	0,073
	4	0,000	0,006	0,015	0,028	0,077	0,156	0,259	0,360	0,396	0,410	0,328
	5	0,000	0,000	0,001	0,002	0,010	0,031	0,078	0,168	0,237	0,328	0,590

Secara lengkap, tabel distribusi binomial dapat disajikan sebagai berikut.

Angka dalam tabel mewakili $P(X = x)$ untuk distribusi binomial dengan uji n dan probabilitas keberhasilan p

Kemungkinan binomial:

$\binom{n}{x} p^{x}(1-p)q^{\,n-x}$

n	x	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9
1	0	0,900	0,800	0,750	0,700	0,600	0,500	0,400	0,300	0,250	0,200	0,100
	1	0,100	0,200	0,250	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,750	0,800	0,900
2	0	0,810	0,640	0,563	0,490	0,360	0,250	0,160	0,090	0,063	0,040	0,010
	1	0,180	0,320	0,375	0,420	0,480	0,500	0,480	0,420	0,375	0,320	0,180
	2	0,010	0,040	0,063	0,090	0,160	0,250	0,360	0,490	0,563	0,640	0,810
3	0	0,729	0,512	0,422	0,343	0,216	0,125	0,064	0,027	0,016	0,008	0,001
	1	0,243	0,384	0,422	0,441	0,432	0,375	0,288	0,189	0,141	0,096	0,027
	2	0,027	0,095	0,141	0,189	0,288	0,375	0,432	0,441	0,422	0,384	0,243
	3	0,001	0,008	0,016	0,027	0,064	0,125	0,216	0,343	0,422	0,512	0,729
4	0	0,656	0,410	0,316	0,240	0,130	0,063	0,026	0,008	0,004	0,002	0,000
	1	0,292	0,410	0,422	0,412	0,346	0,250	0,154	0,076	0,047	0,026	0,004
	2	0,049	0,154	0,211	0,265	0,346	0,375	0,346	0,265	0,211	0,154	0,049
	3	0,004	0,026	0,047	0,076	0,154	0,250	0,346	0,412	0,422	0,410	0,292
	4	0,000	0,002	0,004	0,008	0,026	0,063	0,130	0,240	0,316	0,410	0,656
5	0	0,590	0,328	0,237	0,168	0,078	0,031	0,010	0,002	0,001	0,000	0,000
	1	0,328	0,410	0,396	0,360	0,259	0,156	0,077	0,028	0,015	0,006	0,000
	2	0,073	0,205	0,264	0,309	0,346	0,313	0,230	0,132	0,088	0,051	0,008
	3	0,008	0,051	0,088	0,132	0,230	0,313	0,346	0,309	0,264	0,205	0,073
	4	0,000	0,006	0,015	0,028	0,077	0,156	0,259	0,360	0,396	0,410	0,328
	5	0,000	0,000	0,001	0,002	0,010	0,031	0,078	0,168	0,237	0,328	0,590
6	0	0,531	0,262	0,178	0,118	0,047	0,016	0,004	0,001	0,000	0,000	0,000
	1	0,354	0,393	0,356	0,303	0,187	0,094	0,037	0,010	0,004	0,002	0,000
	2	0,098	0,246	0,297	0,324	0,311	0,234	0,138	0,060	0,033	0,015	0,001
	3	0,015	0,082	0,132	0,185	0,276	0,313	0,276	0,185	0,132	0,082	0,015
	4	0,001	0,015	0,033	0,060	0,138	0,234	0,311	0,324	0,297	0,246	0,098
	5	0,000	0,002	0,004	0,010	0,037	0,094	0,187	0,303	0,356	0,393	0,354
	6	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	0,047	0,118	0,178	0,262	0,531
7	0	0,478	0,210	0,133	0,082	0,028	0,008	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,372	0,367	0,311	0,247	0,131	0,055	0,017	0,004	0,001	0,000	0,000
	2	0,124	0,275	0,311	0,318	0,261	0,164	0,077	0,025	0,012	0,004	0,000
	3	0,023	0,115	0,173	0,227	0,290	0,273	0,194	0,097	0,058	0,029	0,003
	4	0,003	0,029	0,058	0,097	0,194	0,273	0,290	0,227	0,173	0,115	0,023
	5	0,000	0,004	0,012	0,025	0,077	0,164	0,261	0,318	0,311	0,275	0,124
	6	0,000	0,000	0,001	0,004	0,017	0,055	0,131	0,247	0,311	0,367	0,372
	7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,008	0,028	0,082	0,133	0,210	0,478

Angka dalam tabel mewakili $P(X = x)$ untuk distribusi binomial dengan uji n dan probabilitas keberhasilan p

Kemungkinan binomial:

$$\binom{n}{x} p^x (1-p) q^{n-x}$$

n	***x***	**0,1**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,75**	**0,8**	**0,9**
8	0	0,430	0,168	0,100	0,058	0,017	0,004	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,383	0,336	0,267	0,198	0,090	0,031	0,008	0,001	0,000	0,000	0,000
	2	0,149	0,294	0,311	0,296	0,209	0,109	0,041	0,010	0,004	0,001	0,000
	3	0,033	0,147	0,208	0,254	0,279	0,219	0,124	0,047	0,023	0,009	0,000
	4	0,005	0,046	0,087	0,136	0,232	0,273	0,232	0,136	0,087	0,046	0,005
	5	0,000	0,009	0,023	0,047	0,124	0,219	0,279	0,254	0,208	0,147	0,033
	6	0,000	0,001	0,004	0,010	0,041	0,109	0,209	0,296	0,311	0,294	0,149
	7	0,000	0,000	0,000	0,001	0,008	0,031	0,090	0,198	0,267	0,336	0,383
	8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	0,017	0,058	0,100	0,168	0,430
9	0	0,387	0,134	0,075	0,040	0,010	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,387	0,302	0,225	0,156	0,060	0,018	0,004	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,172	0,302	0,300	0,267	0,161	0,070	0,021	0,004	0,001	0,000	0,000
	3	0,045	0,176	0,234	0,267	0,251	0,164	0,074	0,021	0,009	0,003	0,000
	4	0,007	0,066	0,117	0,172	0,251	0,246	0,167	0,074	0,039	0,017	0,001
	5	0,001	0,017	0,039	0,074	0,167	0,246	0,251	0,172	0,117	0,066	0,007
	6	0,000	0,003	0,009	0,021	0,074	0,164	0,251	0,267	0,234	0,176	0,045
	7	0,000	0,000	0,001	0,004	0,021	0,070	0,161	0,267	0,300	0,302	0,172
	8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,018	0,060	0,156	0,225	0,302	0,387
	9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,010	0,040	0,075	0,134	0,387
10	0	0,349	0,107	0,056	0,028	0,006	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,387	0,268	0,188	0,121	0,040	0,010	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,194	0,302	0,282	0,233	0,121	0,044	0,011	0,001	0,000	0,000	0,000
	3	0,057	0,201	0,250	0,267	0,215	0,117	0,042	0,009	0,003	0,001	0,000
	4	0,011	0,088	0,146	0,200	0,251	0,205	0,111	0,037	0,016	0,006	0,000
	5	0,001	0,026	0,058	0,103	0,201	0,246	0,201	0,103	0,058	0,026	0,001
	6	0,000	0,006	0,016	0,037	0,111	0,205	0,251	0,200	0,146	0,088	0,011
	7	0,000	0,001	0,003	0,009	0,042	0,117	0,215	0,267	0,250	0,201	0,057
	8	0,000	0,000	0,000	0,001	0,011	0,044	0,121	0,233	0,282	0,302	0,194
	9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,010	0,040	0,121	0,188	0,268	0,387
	10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,028	0,056	0,107	0,349
11	0	0,314	0,086	0,042	0,020	0,004	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,384	0,236	0,155	0,093	0,027	0,005	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,213	0,295	0,258	0,200	0,089	0,027	0,005	0,001	0,000	0,000	0,000
	3	0,071	0,221	0,258	0,257	0,177	0,081	0,023	0,004	0,001	0,000	0,000
	4	0,016	0,111	0,172	0,220	0,236	0,161	0,070	0,017	0,006	0,002	0,000
	5	0,002	0,039	0,080	0,132	0,221	0,226	0,147	0,057	0,027	0,010	0,000
	6	0,000	0,010	0,027	0,057	0,147	0,226	0,221	0,132	0,080	0,039	0,002
	7	0,000	0,002	0,006	0,017	0,070	0,161	0,236	0,220	0,172	0,111	0,016
	8	0,000	0,000	0,001	0,004	0,023	0,081	0,177	0,257	0,258	0,221	0,071
	9	0,000	0,000	0,000	0,001	0,005	0,027	0,089	0,200	0,258	0,295	0,213
	10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,005	0,027	0,093	0,155	0,236	0,384
	11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,020	0,042	0,086	0,314

Angka dalam tabel mewakili $P(X = x)$ untuk distribusi binomial dengan uji n dan probabilitas keberhasilan p

Kemungkinan binomial:

$$\binom{n}{x} p^x (1-p) q^{n-x}$$

		p										
n	***x***	**0,1**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,75**	**0,8**	**0,9**
12	0	0,282	0,069	0,032	0,014	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,377	0,206	0,127	0,071	0,017	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,230	0,283	0,232	0,168	0,064	0,016	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,085	0,236	0,258	0,240	0,142	0,054	0,012	0,001	0,000	0,000	0,000
	4	0,021	0,133	0,194	0,231	0,213	0,121	0,042	0,008	0,002	0,001	0,000
	5	0,004	0,053	0,103	0,158	0,227	0,193	0,101	0,029	0,011	0,003	0,000
	6	0,000	0,016	0,040	0,079	0,177	0,226	0,177	0,079	0,040	0,016	0,000
	7	0,000	0,003	0,011	0,029	0,101	0,193	0,227	0,158	0,103	0,053	0,004
	8	0,000	0,001	0,002	0,008	0,042	0,121	0,213	0,231	0,194	0,133	0,021
	9	0,000	0,000	0,000	0,001	0,012	0,054	0,142	0,240	0,258	0,236	0,085
	10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,016	0,064	0,168	0,232	0,283	0,230
	11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,017	0,071	0,127	0,206	0,377
	12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,014	0,032	0,069	0,282
13	0	0,254	0,055	0,024	0,010	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,367	0,179	0,103	0,054	0,011	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,245	0,268	0,206	0,139	0,045	0,010	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,100	0,246	0,252	0,218	0,111	0,035	0,006	0,001	0,000	0,000	0,000
	4	0,028	0,154	0,210	0,234	0,184	0,087	0,024	0,003	0,001	0,000	0,000
	5	0,006	0,069	0,126	0,180	0,221	0,157	0,066	0,014	0,005	0,001	0,000
	6	0,001	0,023	0,056	0,103	0,197	0,209	0,131	0,044	0,019	0,006	0,000
	7	0,000	0,006	0,019	0,044	0,131	0,209	0,197	0,103	0,056	0,023	0,001
	8	0,000	0,001	0,005	0,014	0,066	0,157	0,221	0,180	0,126	0,069	0,006
	9	0,000	0,000	0,001	0,003	0,024	0,087	0,184	0,234	0,210	0,154	0,028
	10	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,035	0,111	0,218	0,252	0,246	0,100
	11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,010	0,045	0,139	0,206	0,268	0,245
	12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,011	0,054	0,103	0,179	0,367
	13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,010	0,024	0,055	0,254
14	0	0,229	0,044	0,018	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,356	0,154	0,083	0,041	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,257	0,250	0,180	0,113	0,032	0,006	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,114	0,250	0,240	0,194	0,085	0,022	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,035	0,172	0,220	0,229	0,155	0,061	0,014	0,001	0,000	0,000	0,000
	5	0,008	0,086	0,147	0,196	0,207	0,122	0,041	0,007	0,002	0,000	0,000
	6	0,001	0,032	0,073	0,126	0,207	0,183	0,092	0,023	0,008	0,002	0,000
	7	0,000	0,009	0,028	0,062	0,157	0,209	0,157	0,062	0,028	0,009	0,000
	8	0,000	0,002	0,008	0,023	0,092	0,183	0,207	0,126	0,073	0,032	0,001
	9	0,000	0,000	0,002	0,007	0,041	0,122	0,207	0,196	0,147	0,086	0,008
	10	0,000	0,000	0,000	0,001	0,014	0,061	0,155	0,229	0,220	0,172	0,035
	11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,022	0,085	0,194	0,240	0,250	0,114
	12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,006	0,032	0,113	0,180	0,250	0,257
	13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,041	0,083	0,154	0,356
	14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,018	0,044	0,229

Angka dalam tabel mewakili $P(X = x)$ untuk distribusi binomial dengan uji n dan probabilitas keberhasilan p

Kemungkinan binomial:

$$\binom{n}{x} p^{x}(1-p)q^{\,n-x}$$

		p										
n	x	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9
15	0	0,206	0,035	0,013	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,343	0,132	0,067	0,031	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,267	0,231	0,156	0,092	0,022	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,129	0,250	0,225	0,170	0,063	0,014	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,043	0,188	0,225	0,209	0,127	0,042	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000
	5	0,010	0,103	0,165	0,206	0,186	0,092	0,021	0,003	0,001	0,000	0,000
	6	0,002	0,043	0,092	0,147	0,207	0,153	0,061	0,012	0,003	0,001	0,000
	7	0,000	0,014	0,039	0,081	0,177	0,196	0,118	0,035	0,013	0,003	0,000
	8	0,000	0,003	0,013	0,035	0,118	0,196	0,177	0,081	0,039	0,014	0,000
	9	0,000	0,001	0,003	0,012	0,061	0,153	0,207	0,147	0,092	0,043	0,002
	10	0,000	0,000	0,001	0,003	0,024	0,092	0,186	0,206	0,165	0,103	0,010
	11	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,042	0,127	0,219	0,225	0,188	0,043
	12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,014	0,063	0,170	0,225	0,250	0,129
	13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,022	0,092	0,156	0,231	0,267
	14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,031	0,067	0,132	0,343
	15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,013	0,035	0,206
20	0	0,122	0,012	0,003	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,270	0,058	0,021	0,007	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,285	0,137	0,067	0,028	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,190	0,205	0,134	0,072	0,012	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,090	0,218	0,190	0,130	0,035	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	5	0,032	0,175	0,202	0,179	0,075	0,015	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
	6	0,009	0,109	0,169	0,192	0,124	0,037	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000
	7	0,002	0,055	0,112	0,164	0,166	0,074	0,015	0,001	0,000	0,000	0,000
	8	0,000	0,022	0,061	0,114	0,180	0,120	0,035	0,004	0,001	0,000	0,000
	9	0,000	0,007	0,027	0,065	0,160	0,160	0,071	0,012	0,003	0,000	0,000
	10	0,000	0,002	0,010	0,031	0,117	0,176	0,117	0,031	0,010	0,002	0,000
	11	0,000	0,000	0,003	0,012	0,071	0,160	0,160	0,065	0,027	0,007	0,000
	12	0,000	0,000	0,001	0,004	0,035	0,120	0,180	0,114	0,061	0,022	0,000
	13	0,000	0,000	0,000	0,001	0,015	0,074	0,166	0,164	0,112	0,055	0,002
	14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,037	0,124	0,192	0,169	0,109	0,009
	15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,015	0,075	0,179	0,202	0,175	0,032
	16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,035	0,130	0,190	0,218	0,090
	17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,012	0,072	0,134	0,205	0,190
	18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,028	0,067	0,137	0,285
	19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,007	0,021	0058	0,270
	20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,012	0,122

Tabel binomial tersebut dapat digunakan untuk menentukan nilai peluang sampai $n = 20$. Lalu, bagaimana jika n semakin besar atau mendekati ∞? Untuk menentukannya, dapat digunakan pendekatan distribusi normal. Namun sebelum itu, kamu harus memahami dahulu bagaimana cara menggunakan tabel normal.

4. Cara Menggunakan Tabel Normal

Tabel normal dapat digunakan setelah kita mentransformasikan variabel acak X menjadi Z. Jika kita sudah mendapatkan nilai Z, perhatikan kolom paling kiri dari tabel normal. Misalkan kita ingin menentukan nilai dari $P(Z < 2{,}36)$. Mula-mula, carilah baris pada kolom Z dengan nilai 2,3. Setelah itu, perhatikan baris paling atas dari tabel normal. Carilah kolom dengan nilai 0,06. Dengan menyatukan baris dan kolom yang sudah didapatkan, kita akan memperoleh nilai dari $P(Z < 2{,}36)$, yaitu 0,9909. Untuk lebih jelasnya, perhatikan tabel berikut.

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,0554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9697	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,0018	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9971	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950

Ini berarti, nilai dari $P(Z < 2{,}36)$ adalah 0,9909.

H. Pendekatan Distribusi Normal terhadap Distribusi Binomial

Dalil

Jika X adalah suatu variabel acak binomial dengan rata-rata $\mu = np$ dan ragam $\sigma^2 = npq$, maka bentuk pendekatan bagi sebaran berikut untuk $n \to \infty$ adalah sebaran normal baku.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Dalil tersebut membantu kita untuk menentukan peluang binomial dengan nilai n yang cukup besar, sehingga disebut juga sebagai **hampiran**. Oleh karena masalah binomial adalah masalah diskret (tak kontinu), maka nilai X akan didekati dengan dua nilai Z berikut.

$$z_1 = \frac{(x - 0{,}5) - \mu}{\sigma} = a \text{ dan } z_2 = \frac{(x + 0{,}5) - \mu}{\sigma} = b$$

Dengan demikian, permasalahan peluang akan menjadi bentuk peluang Z antara a dan b berikut.

$$P(a < Z < b) \text{ atau } P(a \leq Z \leq b)$$

Peluang tersebut dapat diselesaikan dengan $P(Z < b) - P(Z < a)$. Sementara nilai peluangnya dapat ditentukan menggunakan tabel normal.

Contoh Soal 14

Diketahui distribusi atau sebaran binomial dengan nilai n = 15 dan p = 0,4. Tentukan nilai b (4; 15, 0,4) dengan menggunakan fungsi binomial dan dengan pendekatan normal. Bandingkan kedua nilai tersebut, apakah keduanya saling dekat?

Pembahasan:

Mula-mula, tentukan nilai b (4; 15, 0,4) dengan menggunakan fungsi binomial.

Diketahui nilai n = 15 dan p = 0,4. Oleh karena n = 15 (nilainya cukup kecil), maka dapat langsung diselesaikan dengan tabel normal berikut.

Angka dalam tabel mewakili $P(X = x)$ untuk distribusi binomial dengan uji n dan probabilitas keberhasilan p

Kemungkinan binomial:

$$\binom{n}{x} p^x (1-p) q^{n-x}$$

		p										
n	x	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,9
15	0	0,206	0,035	0,013	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	0,343	0,132	0,067	0,031	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	0,267	0,231	0,156	0,092	0,022	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	0,129	0,250	0,225	0,170	0,063	0,014	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	0,043	0,188	0,225	0,209	0,127	0,042	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000
	5	0,010	0,103	0,165	0,206	0,186	0,092	0,021	0,003	0,001	0,000	0,000
	6	0,002	0,043	0,092	0,147	0,207	0,153	0,061	0,012	0,003	0,001	0,000
	7	0,000	0,014	0,039	0,081	0,177	0,196	0,118	0,035	0,013	0,003	0,000
	8	0,000	0,003	0,013	0,035	0,118	0,196	0,177	0,081	0,039	0,014	0,000
	9	0,000	0,001	0,003	0,012	0,061	0,153	0,207	0,147	0,092	0,043	0,002
	10	0,000	0,000	0,001	0,003	0,024	0,092	0,186	0,206	0,165	0,103	0,010
	11	0,000	0,000	0,000	0,001	0,007	0,042	0,127	0,219	0,225	0,188	0,043
	12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,014	0,063	0,170	0,225	0,250	0,129
	13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,022	0,092	0,156	0,231	0,267
	14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,031	0,067	0,132	0,343
	15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005	0,013	0,035	0,206

Ini berarti, nilai b (4; 15, 0,4) = 0,127.

Selanjutnya, tentukan nilai b (4; 15, 0,4) dengan pendekatan normal.

Oleh karena p = 0,4, maka:

$q = 1 - p$

$ = 1 - 0{,}4$

$ = 0{,}6$

Ini berarti:

$\mu = np = 15 \,.\, 0{,}4 = 6$

$\sigma^2 = npq = 15 \,.\, 0{,}4 \,.\, 0{,}6 = 3{,}6 \rightarrow \sigma = 1{,}9$

Transformasi nilai x ke nilai z adalah sebagai berikut.

$$z_1 = \frac{(x - 0{,}5) - \mu}{\sigma}$$

$$z_1 = \frac{3{,}5 - 6}{1{,}9} = -1{,}316$$

$$z_2 = \frac{(x + 0{,}5) - \mu}{\sigma}$$

$$z_2 = \frac{4{,}5 - 6}{1{,}9} = -0.789$$

Dengan demikian, diperoleh:

$P(X = 4) = P(-1{,}316 < Z < -0{,}789)$

$\quad\quad\quad\quad = P(Z < -0{,}789) - P(Z < -1{,}316)$

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
–3,9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003
–3,8	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005
–3,7	0,00011	0,00010	0,00010	0,00010	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
–3,6	0,00016	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00011
–3,5	0,00023	0,00022	0,00022	0,00021	0,00020	0,00019	0,00019	0,00018	0,00017	0,00017
–3,4	0,00034	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
–3,3	0,00048	0,00047	0,00045	0,00043	0,00042	0,00040	0,00039	0,00038	0,00036	0,00035
–3,2	0,00069	0,00066	0,00064	0,00062	0,00060	0,00058	0,00056	0,00054	0,00052	0,00050
–3,1	0,00097	0,00092	0,00090	0,00087	0,00084	0,00082	0,00079	0,00076	0,00074	0,00071
–3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00103	0,00100
–2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0018	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
–2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
–2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
–2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
–2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
–2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
–2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
–2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
–2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
–2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
–1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
–1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
–1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
–1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
–1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0694	0,0582	0,0571	0,0559
–1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
–1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
–1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
–1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
–1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
–0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
–0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
–0,7	0,2420	0,2388	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
–0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2482	0,2451
–0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
–0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
–0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
–0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
–0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
–0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

Berdasarkan tabel normal, diperoleh:

$P(Z < -0{,}789) - P(Z < -1{,}316) = 0{,}2148 - 0{,}0934 = 0{,}1214$

Perhatikan bahwa nilai yang diperoleh mendekati nilai peluang binomial aslinya.

Contoh Soal 15

Dengan pendekatan normal, tentukan peluang sukses 12 kali sebaran binomial dengan $n = 30$ dan $p = 0{,}3$.

Pembahasan:

Diketahui $x = 12$, $n = 30$, dan $p = 0{,}3$. Ini berarti:

$$\begin{aligned} q &= 1 - p \\ &= 1 - 0{,}3 \\ &= 0{,}7 \end{aligned}$$

$\mu = np = 30 \cdot 0{,}3 = 9$

$\sigma^2 = npq = 30 \,.\, 0{,}3 \,.\, (1 - 0{,}3) = 6{,}3 \rightarrow \sigma = 2{,}51$

Transformasi nilai x ke nilai z adalah sebagai berikut.

$$z_1 = \frac{(x - 0{,}5) - \mu}{\sigma}$$

$$z_1 = \frac{(12 - 0{,}5) - 9}{2{,}51} = 0{,}996$$

$$z_2 = \frac{(x + 0{,}5) - \mu}{\sigma}$$

$$z_2 = \frac{(12 + 0{,}5) - 9}{2{,}51} = 1{,}394$$

Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} P(X = 12) &= P(0{,}996 < Z < 1{,}394) \\ &= P(Z < 1{,}394) - P(Z < 0{,}996) \end{aligned}$$

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9813	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950

Berdasarkan tabel normal, diperoleh:

$P(Z < 1{,}394) - P(Z < 0{,}996) = 0{,}9177 - 0{,}8413 = 0{,}0764$

Jadi, peluang sukses 12 kali sebaran binomial dengan $n = 30$ dan $p = 0{,}3$ adalah 0,0764.