MATEMATIKA

PELUANG: DEFINISI DAN KEJADIAN BERSYARAT

Tujuan Pembelajaran
Setelah mempelajari materi ini, kamu diharapkan memiliki kemampuan berikut. 1. Memahami konsep dasar peluang. 2. Memahami definisi peluang dan cara menentukannya. 3. Dapat menentukan peluang komplemen suatu kejadian. 4. Dapat menentukan peluang empirik suatu kejadian. 5. Dapat menentukan peluang kejadian saling lepas dan tidak saling lepas. 6. Dapat menentukan peluang kejadian saling bebas dan tidak saling bebas. 7. Dapat menentukan peluang kejadian bersyarat.

Ilmu statistika dibedakan menjadi dua, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensial. **Statistika inferensial** berisi metode menggambar, mengukur, dan menarik kesimpulan tentang populasi berdasarkan informasi yang diperoleh dari sampel. Oleh karena penarikan kesimpulan hanya didasarkan dari sampel, maka kesimpulan yang dihasilkan tidak dapat dipastikan 100% benar.

Ketidakpastian dalam penarikan kesimpulan merupakan bagian dari statistika inferensial itu sendiri. Oleh karena itu, kamu perlu menguasai konsep ketidakpastian sebelum bisa memahami, mengembangkan, dan mengaplikasikan metode statistika inferensial. Ilmu yang terkait dengan ketidakpastian dinamakan **ilmu peluang**.

Peluang dapat didefinisikan sebagai kemungkinan terjadinya suatu kejadian. Dalam kehidupan sehari-hari, konsep peluang dapat diamati pada berbagai permainan, misalnya permainan kartu, permainan menggunakan dadu, dan sebagainya. Selain itu, konsep peluang juga digunakan dalam bidang asuransi, investasi, ramalan cuaca, dan sebagainya.

A. Konsep Dasar Peluang

1. Ruang Sampel

Eksperimen atau **percobaan** adalah aktivitas yang memiliki hasil keluaran, seperti pelemparan koin, pelemparan dadu, atau pengambilan kartu dari seperangkat kartu *bridge*. Sebagai contoh, hasil keluaran dari pelemparan koin bisa berupa sisi angka atau sisi gambar, sedangkan hasil keluaran dari pelemparan dadu bisa berupa angka 1, 2, 3, 4, 5, atau 6.

Himpunan semua hasil keluaran yang mungkin dari suatu percobaan dinamakan sebagai **ruang sampel**. Ruang sampel dinotasikan dengan S, sedangkan banyaknya anggota ruang sampel dinotasikan dengan *n*.

2. Titik Sampel

Titik sampel adalah hasil keluaran yang merupakan bagian dari ruang sampel. Sebagai contoh, 2 adalah salah satu titik sampel dari pelemparan 1 buah dadu, dan AAG adalah salah satu titik sampel dari pelemparan 3 keping koin secara bersamaan. Berdasarkan definisi titik sampel, ruang sampel juga dapat didefinisikan sebagai himpunan semua titik sampel yang mungkin dari suatu percobaan.

Contoh Soal 1

Dari seperangkat kartu *bridge*, akan diambil satu kartu secara acak. Tentukan ruang sampel dan banyaknya anggota ruang sampel dari percobaan tersebut!

Pembahasan:

Dalam seperangkat kartu *bridge*, ada 4 jenis kartu, yaitu hati, sekop, wajik, dan keriting. Masing-masing jenis kartu terdiri atas 13 kartu, yaitu dari As sampai King. Dengan demikian, akan ada 52 kartu sebagai hasil keluaran (ruang sampel). Perhatikan gambar berikut.

Jadi, banyaknya anggota ruang sampel dari percobaan tersebut adalah 52.

Contoh Soal 2

Tentukan ruang sampel dari jenis kelamin anak jika suatu keluarga memiliki 3 anak!

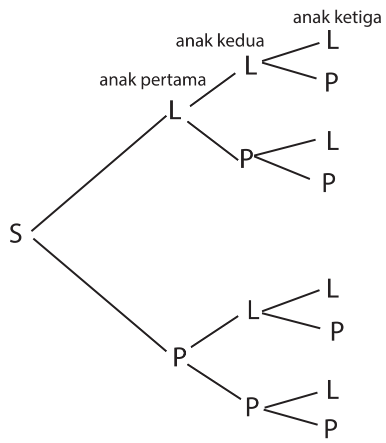
Pembahasan:

Ada dua jenis kelamin, yaitu laki-laki (L) dan perempuan (P). Jika suatu keluarga memiliki 3 anak, kemungkinan jenis kelaminnya adalah sebagai berikut.

S = {LLL, LLP, LPL, PLL, PPL, PLP, LPP, PPP}

Dengan demikian, banyaknya anggota ruang sampel dari jenis kelamin anak tersebut adalah $n(S) = 8$.

Selain cara tersebut, ada cara lain yang dapat digunakan, yaitu dengan menggunakan diagram pohon. Perhatikan diagram pohon berikut.



Jadi, ruang sampel dari jenis kelamin anak tersebut adalah S = {LLL, LLP, LPL, PLL, PPL, PLP, LPP, PPP}.

Contoh Soal 3

Sekeping koin dan sebuah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak satu kali. Tentukan ruang sampel dan banyaknya anggota ruang sampel dari percobaan tersebut!

Pembahasan:

Kejadian yang mungkin dari pelemparan sekeping koin adalah angka (A) atau gambar (G), sedangkan kejadian yang mungkin dari pelemparan sebuah dadu adalah 1, 2, 3, 4, 5, atau 6. Dengan demikian, ruang sampel (S) untuk pelemparan sekeping koin dan sebuah dadu secara bersamaan dapat digambarkan melalui tabel berikut.

Koin \ Dadu	1	2	3	4	5	6
A	(A,1)	(A,2)	(A,3)	(A,4)	(A,5)	(A,6)
G	(G,1)	(G,2)	(G,3)	(G,4)	(G,5)	(G,6)

Dengan demikian, ruang sampelnya adalah sebagai berikut.

S = {(A,1), (A,2), (A,3), (A,4), (A,5), (A,6), (G,1), (G,2), (G,3), (G,4), (G,5), (G,6)}

Jadi, banyaknya anggota ruang sampel dari percobaan tersebut adalah $n(S) = 12$.

B. Definisi Peluang (Peluang Klasik)

Konsep dari **peluang klasik** adalah menentukan peluang dari suatu kejadian yang akan terjadi dengan menggunakan ruang sampel. Disebut sebagai peluang klasik karena merupakan jenis peluang pertama yang dipelajari secara formal oleh matematikawan pada abad ke-17 dan ke-18. Dengan menggunakan peluang klasik, kamu tidak perlu melakukan suatu eksperimen untuk menentukan peluangnya.

Dalam menentukan peluang klasik, seluruh keluaran pada ruang sampel diasumsikan memiliki kemungkinan yang sama untuk terjadi. Sebagai contoh, ketika sekeping koin dilempar, seluruh keluaran memiliki peluang yang sama yaitu $\frac{1}{2}$. Contoh lainnya adalah ketika dipilih satu kartu dari 52 kartu, masing-masing kartu memiliki peluang yang sama yaitu $\frac{1}{52}$.

Peluang dari suatu kejadian A adalah perbandingan antara banyaknya kejadian A dan banyaknya keluaran pada ruang sampel. Secara matematis, peluang dari suatu kejadian A dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}}$$

Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat diketahui bahwa himpunan kejadian A merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S. Oleh karena itu, $n(A) \leq n(S)$. Dengan demikian, domain dari $n(A)$ adalah sebagai berikut.

$$0 \leq n(A) \leq n(S)$$

Jika semua ruas kamu bagi dengan $n(S)$, diperoleh:

$$\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)}$$
$$\Leftrightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

Jadi, kisaran nilai peluang adalah di antara 0 dan 1. Jika $P(A) = 0$, kejadian A merupakan kejadian yang mustahil terjadi. Sementara jika $P(A) = 1$, kejadian A merupakan kejadian yang pasti terjadi.

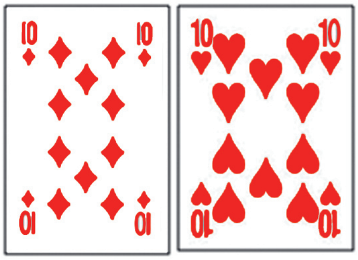
Contoh Soal 4

Dari seperangkat kartu *bridge*, akan diambil kartu merah bernomor 10. Tentukan peluang dari percobaan tersebut!

Pembahasan:

Seperangkat kartu *bridge* terdiri atas 52 kartu. Dengan demikian, banyaknya anggota ruang sampel dari percobaan tersebut adalah $n(S) = 52$.

Misalkan A adalah kejadian terambilnya kartu merah bernomor 10.



Dengan demikian, banyaknya anggota kejadian A adalah $n(A) = 2$.

Berdasarkan definisi peluang, diperoleh:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

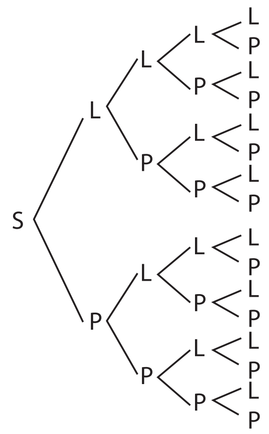
Jadi, peluang dari percobaan tersebut adalah $\frac{1}{26}$

Contoh Soal 5

Suatu keluarga memiliki 4 anak yang belum diketahui jenis kelaminnya. Tentukan peluang keluarga tersebut memiliki 2 anak perempuan!

Pembahasan:

Ruang sampel (S) dari jenis kelamin 4 anak dapat digambarkan dengan diagram pohon berikut.



Dengan demikian, ruang sampelnya adalah S = {(LLLL), (LLLP), (LLPL), (LLPP), (LPLL), (LPLP), (LPPL), (LPPP), (PLLL), (PLLP), (PLPL), (PLPP), (PPLL), (PPLP), (PPPL), (PPPP)}. Ini berarti, $n(S) = 16$.

Misalkan A adalah kejadian keluarga tersebut memiliki 2 anak perempuan. Dengan demikian, kejadian A adalah A = {(LLPP), (LPLP), (LPPL), (PLLP), (PLPL), (PPLL)}. Ini berarti, $n(A) = 6$.

Berdasarkan definisi peluang, diperoleh:

$$P(\mathrm{A}) = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Jadi, peluang keluarga tersebut memiliki 2 anak perempuan adalah $\frac{3}{8}$.

SUPER "Solusi Quipper"

Kejadian kelahiran anak merupakan kejadian binomial karena hanya memiliki dua kemungkinan, yaitu laki-laki (L) atau perempuan (P). Dengan menggunakan segitiga Pascal, diperoleh:

jumlah = $n(s) = 2^0$ ← 1 → 0 anak

jumlah = $n(s) = 2^1$ ← 1 1 → 1 anak

jumlah = $n(s) = 2^2$ ← 1 2 1 → 2 anak

jumlah = $n(s) = 2^3$ ← 1 3 3 1 → 3 anak

jumlah = $n(s) = 2^4$ ← 1 4 6 4 1 → 4 anak

0P, 4L 1P, 3L 2P, 2L 3P, 1L 4P, 0L

Dengan demikian, peluang keluarga tersebut memiliki 2 anak perempuan adalah sebagai berikut.

$$P(\mathrm{A}) = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})} = \frac{6}{2^4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Jadi, peluang keluarga tersebut memiliki 2 anak perempuan adalah $\frac{3}{8}$.

Contoh Soal 6

Sebuah dadu dilempar sebanyak satu kali. Tentukan peluang munculnya mata dadu kurang dari 7!

Pembahasan:

Ruang sampel dari pelemparan sebuah dadu sebanyak satu kali adalah S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, sehingga n(S) = 6.

Misalkan A adalah kejadian munculnya mata dadu kurang dari 7. Ini berarti, kejadian A adalah A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, sehingga n(A) = 6.

Berdasarkan definisi peluang, diperoleh:

$$P(\mathrm{A})=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}=\frac{6}{6}=1$$

Oleh karena nilai peluangnya adalah 1, maka kejadian munculnya mata dadu kurang dari 7 merupakan kejadian yang pasti. Hal ini terjadi karena mata dadu pada sisi manapun selalu kurang dari 7.

Jadi, peluang munculnya mata dadu kurang dari 7 adalah 1.

Contoh Soal 7

Dari seperangkat kartu *bridge,* akan diambil sebuah kartu. Tentukan peluang terambilnya kartu 11 hati dari percobaan tersebut!

Pembahasan:

Banyaknya anggota ruang sampel dari seperangkat kartu *bridge* adalah n(S) = 52.

Misalkan A adalah kejadian terambilnya kartu 11 hati. Ini berarti, kejadian A adalah

A = {}, sehingga n(A) = 0.

Berdasarkan definisi peluang, diperoleh:

$$P(\mathrm{A})=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}=\frac{0}{52}=0$$

Oleh karena nilai peluangnya adalah 0, maka kejadian terambilnya kartu 11 hati merupakan kejadian yang mustahil. Hal ini terjadi karena tidak ada kartu 11 hati pada seperangkat kartu *bridge*.

Dalam teori peluang, penting untuk membedakan arti kata “dan” dan “atau”. Misalnya, saat kita mengambil sebuah kartu dari seperangkat kartu *bridge*. Apabila kita diminta untuk mengambil kartu ratu dan hati, maka yang dimaksud adalah kartu ratu hati yang berjumlah 1. Akan tetapi, jika kamu diminta mengambil kartu ratu atau hati, maka pilihannya adalah semua jenis kartu ratu dan semua jenis kartu hati yang berjumlah 16.

Contoh Soal 8

Sekeping koin dan sebuah dadu dilempar secara bersamaan sebanyak satu kali. Hitunglah peluang dari kejadian-kejadian berikut!

a. Munculnya angka pada koin dan bilangan genap pada dadu.

b. Munculnya gambar pada koin atau mata dadu 3 pada dadu.

Pembahasan:

Ruang sampel untuk pelemparan sekeping koin dan sebuah dadu secara bersamaan adalah sebagai berikut.

S = {(A,1), (A,2), (A,3), (A,4), (A,5), (A,6), (G,1), (G,2), (G,3), (G,4), (G,5), (G,6)}

Ini berarti, $n(\text{S}) = 12$.

a. Misalkan A adalah kejadian munculnya angka pada koin dan bilangan genap pada dadu. Himpunan kejadian A adalah A = {(A,2), (A,4), (A,6)}, sehingga $n(\text{A}) = 3$.

   Dengan demikian, peluang munculnya angka pada koin dan bilangan genap pada dadu adalah sebagai berikut.

$$P(\text{A}) = \frac{n(\text{A})}{n(\text{S})} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

   Jadi, peluang munculnya angka pada koin dan bilangan genap pada dadu adalah $\frac{1}{4}$.

b. Misalkan B adalah kejadian munculnya gambar pada koin atau mata dadu 3 pada dadu. Himpunan kejadian B adalah B = {(G,1), (G,2), (G,3), (G, 4), (G, 5), (G,6), (A,3)}, sehingga $n(\text{B}) = 7$.

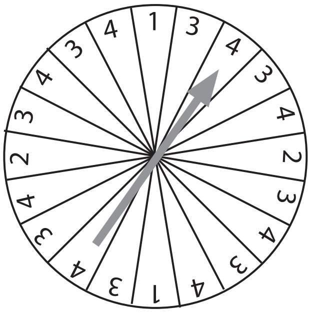
   Dengan demikian, peluang munculnya gambar pada koin atau mata dadu 3 pada dadu adalah sebagai berikut.

$$P(\text{B}) = \frac{n(\text{B})}{n(\text{S})} = \frac{7}{12}$$

   Jadi, peluang munculnya gambar pada koin atau mata dadu 3 pada dadu adalah $\frac{7}{12}$.

Contoh Soal 9

Suatu mal sedang mengadakan promosi bagi pembeli yang berbelanja lebih dari atau sama dengan Rp500.000,00. Pembeli akan mendapat kesempatan untuk memutar roda keberuntungan sebanyak 1 kali seperti pada gambar berikut.



Jika jarum menunjuk angka 1, pembeli akan mendapatkan uang Rp100.000,00. Jika jarum menunjuk angka 2, pembeli akan mendapatkan uang Rp50.000,00. Sementara jika jarum menunjuk angka 3 atau 4, pembeli akan mendapatkan *voucher* belanja. Berdasarkan informasi tersebut, tentukan peluang dari kejadian-kejadian berikut!

a. Pembeli akan mendapatkan uang Rp100.000,00.

b. Pembeli akan mendapatkan uang.

Pembahasan:

Ruang sampel dari percobaan memutar roda keberuntungan tersebut dapat dinyatakan dengan tabel frekuensi berikut.

Angka	Frekuensi
1	2
2	2
3	8
4	8

Dengan demikian, banyaknya anggota ruang sampel dari percobaan tersebut adalah

$n(S) = 20$.

a. Misalkan A adalah kejadian pembeli mendapatkan uang Rp100.000,00. Ini berarti, jarum menunjuk angka 1. Oleh karena banyaknya angka 1 hanya ada 2 atau $n(A) = 2$, maka peluang kejadian A adalah sebagai berikut.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{20} = 0{,}1$$

Jadi, peluang pembeli mendapatkan uang Rp100.000,00 adalah 0,1.

b. Misalkan B adalah kejadian pembeli mendapatkan uang. Ini berarti, jarum menunjuk angka 1 atau 2. Oleh karena banyaknya angka 1 dan 2 ada 4 atau $n(\text{B}) = 4$, maka peluang kejadian B adalah sebagai berikut.

$$P(\text{B}) = \frac{n(\text{B})}{n(\text{S})} = \frac{4}{20} = 0{,}2$$

Jadi, peluang pembeli mendapatkan uang adalah 0,2.

Berdasarkan penjelasan-penjelasan tersebut, dapat disimpulkan beberapa sifat penting dari peluang, yaitu sebagai berikut.

1. Kisaran nilai peluang dari kejadian A adalah di antara 0 dan 1 atau $0 \leq p(\text{A}) \leq 1$.
2. Jika kejadian A mustahil terjadi, nilai $p(\text{A}) = 0$.
3. Jika kejadian A pasti terjadi, nilai $p(\text{A}) = 1$.
4. Jumlah peluang semua kejadian pada ruang sampel adalah 1.

C. Kejadian-Kejadian Komplemen

Salah satu konsep penting dalam teori peluang adalah kejadian yang saling berkomplemen. **Komplemen suatu kejadian** A, dinotasikan dengan A^c adalah kejadian pada ruang sampel selain kejadian A. Dengan demikian, berlaku:

$$n(\text{A}^c) = n(\text{S}) - n(\text{A})$$

Oleh karena jumlah peluang semua kejadian pada ruang sampel adalah 1, maka:

$$\boxed{P(\text{A}) + P(\text{A}^c) = 1 \text{ atau } P(\text{A}^c) = 1 - P(\text{A})}$$

Contoh Soal 10

Jika peluang siswa SMA pengguna Quipper Video gagal dalam ujian adalah 0,0001, berapakah peluang siswa SMA pengguna Quipper Video berhasil dalam ujian?

Pembahasan:

Misalkan A adalah kejadian siswa SMA pengguna Quipper Video gagal dalam ujian. Ini berarti, A^c adalah kejadian siswa SMA pengguna Quipper Video berhasil dalam ujian. Berdasarkan teori komplemen suatu kejadian, diperoleh:

$$\begin{aligned} P(\text{A}^c) &= 1 - P(\text{A}) \\ &= 1 - 0{,}0001 \\ &= 0{,}9999 \end{aligned}$$

Jadi, peluang siswa SMA pengguna Quipper Video berhasil dalam ujian adalah 0,9999.

D. Peluang Empirik

Peluang empirik adalah peluang yang ditentukan berdasarkan kejadian yang sudah terjadi atau berdasarkan hasil observasi. Peluang empirik suatu kejadian A dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$P(\text{A}) = \frac{\text{frekuensi terjadinya kejadian A}}{\text{total frekuensi}} = \frac{f_\text{A}}{n}$$

Contoh Soal 11

Suatu perusahaan transportasi ingin meneliti pilihan transportasi masyarakat dari Jakarta ke Bandung saat liburan. Perusahaan tersebut memilih 100 orang responden dari beberapa kecamatan di Jakarta. Hasil dari penelitian tersebut digambarkan dalam tabel distribusi frekuensi berikut.

Pilihan Transportasi	Frekuensi
Bus	16
Kereta api	29
Mobil pribadi	20
Mobil umum	15
Motor	11
Pesawat	9

Tentukan peluang masyarakat memilih mobil umum saat liburan dari Jakarta ke Bandung!

Pembahasan:

Misalkan A adalah kejadian masyarakat memilih mobil umum saat liburan. Ini berarti, f(A) =15. Dengan demikian, peluang kejadian A adalah sebagai berikut.

$$P(\text{A}) = \frac{f_\text{A}}{n} = \frac{15}{100} = 0{,}15$$

Nilai peluang tersebut juga dapat dinyatakan dalam bentuk persen, yaitu 15%.

Jadi, peluang masyarakat memilih mobil umum saat liburan dari Jakarta ke Bandung adalah 15%.

Contoh Soal 12

Berikut ini adalah distribusi usia CEO perusahaan sukses di negara Abrakadabra.

Usia	Frekuensi
21 – 30	8
31 – 40	9
41 – 50	12
51 – 60	13
61 – 70	19
71 – 80	5

Jika hendak dipilih seorang CEO secara acak, tentukanlah peluang dari kejadian-kejadian berikut!

a. Terpilihnya CEO berusia di atas 30 tahun.

b. Terpilihnya CEO berusia di atas 50 tahun dan di bawah 71 tahun.

Pembahasan:

a. Misalkan A adalah kejadian terpilihnya CEO berusia di atas 30 tahun. Berdasarkan tabel distribusi pada soal, frekuensi dari kejadian A adalah hasil penjumlahan dari frekuensi kelas ke-2 sampai kelas ke-6, sehingga $f_A = 58$. Sementara total frekuensinya adalah $n = \sum f = 66$. Dengan demikian, diperoleh:

$$P(\text{A}) = \frac{f_\text{A}}{n} = \frac{58}{66} \approx 0,88$$

Jadi, peluang terpilihnya CEO berusia di atas 30 tahun adalah 0,88.

b. Misalkan B adalah kejadian terpilihnya CEO berusia di atas 50 tahun dan di bawah 71 tahun. Berdasarkan tabel distribusi pada soal, frekuensi dari kejadian B adalah hasil penjumlahan dari frekuensi kelas ke-4 dan kelas ke-5, sehingga $f_B = 32$. Sementara total frekuensinya adalah $n = \sum f = 66$. Dengan demikian, diperoleh:

$$P(\text{B}) = \frac{f_\text{B}}{n} = \frac{32}{66} \approx 0,48$$

Jadi, peluang terpilihnya CEO berusia di atas 50 tahun dan di bawah 71 tahun adalah 0,48.

E. Aturan Penjumlahan Peluang

Selain konsep peluang yang telah kamu pelajari sebelumnya, ada juga konsep peluang yang melibatkan dua kejadian atau lebih. Misalnya dalam kasus pemilihan kepala daerah, kamu mungkin ingin tahu apakah kepala daerah yang terpilih adalah orang kaya atau orang populer atau keduanya? Kemungkinan dari terpilihnya kepala daerah tersebut adalah sebagai berikut.

- Orang tersebut kaya.
- Orang tersebut populer.
- Orang tersebut kaya dan populer.

Contoh kasus lainnya adalah kamu ingin tahu apakah kepala daerah yang terpilih laki-laki atau perempuan? Kemungkinan dari terpilihnya kepala daerah tersebut adalah sebagai berikut.

- Orang tersebut laki-laki.
- Orang tersebut perempuan.

Perbedaan kasus pertama dengan kasus kedua adalah kasus pertama memungkinkan kedua kriteria terjadi secara bersamaan (kaya dan populer). Sementara kasus kedua tidak memungkinkan kedua kriteria terjadi secara bersamaan (laki-laki dan perempuan). Kasus kedua inilah yang dinamakan sebagai **kejadian saling lepas**, sedangkan kasus pertama dinamakan sebagai **kejadian tidak saling lepas**.

Aturan peluang untuk kejadian saling lepas adalah sebagai berikut.

Jika kejadian A dan kejadian B saling lepas, peluang kejadian A atau B adalah sebagai berikut.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Sementara untuk kejadian tidak saling lepas adalah sebagai berikut.

Jika kejadian A dan kejadian B tidak saling lepas, peluang kejadian A atau B adalah sebagai berikut.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Contoh Soal 13

Berikut ini adalah data sebaran anggota serikat buruh dari 5 kota besar di Indonesia.

Nama Kota	Frekuensi
Bandung	314
Jakarta	258
Yogyakarta	345
Medan	267
Padang	113

Jika hendak dipilih 1 orang secara acak untuk menjadi ketua serikat buruh, peluang terpilihnya ketua serikat buruh dari kota Bandung atau Padang adalah ....

Pembahasan:

Diketahui $n = 1.297$.

Misalkan A adalah kejadian terpilihnya ketua serikat buruh dari Bandung dan B adalah kejadian terpilihnya ketua serikat buruh dari Padang. Oleh karena kedua kejadian tersebut tidak mungkin terjadi secara bersamaan, maka kejadian A dan B adalah kejadian yang saling lepas. Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) &= P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) \\ &= \frac{f_{\mathrm{A}}}{n} + \frac{f_{\mathrm{B}}}{n} \\ &= \frac{314}{1.297} + \frac{113}{1.297} \\ &= \frac{427}{1.297} \end{aligned}$$

Jadi, peluang terpilihnya ketua serikat buruh dari kota Bandung atau Padang adalah $\frac{427}{1.297}$.

Contoh Soal 14

Dari seperangkat kartu *bridge*, akan diambil satu kartu secara acak. Peluang terambilnya kartu bernomor 10 atau kartu berwarna merah adalah ....

Pembahasan:

Ruang sampel dari percobaan tersebut adalah $n(\mathrm{S}) = 52$.

Misalkan A adalah kejadian terambilnya kartu bernomor 10 dan B adalah kejadian terambilnya kartu berwarna merah. Oleh karena ada kemungkinan kartu yang terambil bernomor 10 dan berwarna merah, maka kejadian A dan kejadian B adalah kejadian yang tidak saling lepas. Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} \\ &= \frac{28}{52} \end{aligned}$$

Jadi, peluang terambilnya kartu bernomor 10 atau kartu berwarna merah adalah $\frac{28}{52}$.

Contoh Soal 15

Pada suatu rumah sakit, terdapat 10 perawat dan 8 psikiater. Dari 10 perawat dan 8 psikiater tersebut, 9 perawat di antaranya adalah perempuan dan 5 psikiater di antaranya adalah laki-laki. Jika hendak dipilih 1 orang secara acak, peluang terpilihnya perawat atau laki-laki adalah ....

Pembahasan:

Dari 10 perawat, 9 di antaranya adalah perempuan. Ini berarti, terdapat 1 perawat laki-laki.

Dari 8 psikiater, 5 di antaranya adalah laki-laki. Ini berarti, terdapat 3 psikiater perempuan.

Oleh karena ada kemungkinan terpilihnya perawat laki-laki, maka kedua kejadian tersebut adalah kejadian yang tidak saling lepas. Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} P(\text{perawat atau laki-laki}) &= P(\text{perawat}) + P(\text{laki-laki}) - P(\text{perawat laki-laki}) \\ &= \frac{10}{18} + \frac{6}{18} - \frac{1}{18} \\ &= \frac{15}{18} \end{aligned}$$

Jadi, peluang terpilihnya perawat atau laki-laki adalah $\frac{15}{18}$.

F. Aturan Perkalian Peluang

Aturan perkalian dapat digunakan untuk mencari peluang dari dua kejadian atau lebih yang terjadi secara berurutan. Sebagai contoh, jika kamu melempar koin dan kemudian melempar dadu, kamu dapat mencari peluang kejadian munculnya G pada koin, dan munculnya mata dadu 4 pada dadu. Dua kejadian ini dinamakan **saling bebas**, karena kejadian pertama tidak berpengaruh pada hasil kejadian kedua.

Aturan perkalian 1

Jika kejadian A dan B saling bebas, peluang dua kejadian tersebut adalah sebagai berikut.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Jenis kejadian berurutan yang kedua adalah kejadian pertama berpengaruh terhadap kejadian berikutnya. Sebagai contoh, saat kamu mengambil 2 kartu berturut-turut dari seperangkat kartu *bridge* tanpa pengembalian. Pengambilan kartu pertama tanpa pengembalian akan berpengaruh pada banyaknya kartu yang tersisa. Artinya, banyak pilihan pada pengambilan pertama berbeda dengan banyak pilihan pada pengambilan kedua. Kejadian seperti ini dinamakan sebagai **kejadian tidak saling bebas**.

Aturan perkalian 2

Jika kejadian A dan B tidak saling bebas, peluang dua kejadian tersebut adalah sebagai berikut.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$$

$P(B | A)$ dibaca peluang B setelah terjadinya A.

Contoh Soal 16

Dari suatu kotak yang berisi 4 bola biru dan 6 bola merah, akan diambil satu bola sebanyak dua kali secara berturut-turut. Jika bola yang diambil pada pengambilan pertama dikembalikan, tentukanlah peluang dari kejadian-kejadian berikut!

a. Terambilnya kedua bola berwarna biru.

b. Terambilnya kedua bola berwarna sama.

Pembahasan:

a. Oleh karena bola yang diambil pada pengambilan pertama dikembalikan, maka hasil pengambilan pertama tidak berpengaruh pada hasil pengambilan kedua. Ini berarti, dua kejadian tersebut saling bebas, sehingga berlaku:

$$P(\text{biru dan biru}) = P(\text{biru}) \times P(\text{biru})$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{16}{100} = 0{,}16$$

Jadi, peluang terambilnya kedua bola berwarna biru adalah 0,16.

b. Kejadian terambilnya kedua bola berwarna sama memiliki dua kemungkinan, yaitu biru dan biru atau merah dan merah. Dua kemungkinan ini termasuk kejadian yang saling lepas, hanya saja kejadian pertama maupun kejadian kedua masing-masing merupakan kejadian saling bebas.

Misalkan B adalah kejadian terambilnya bola biru dan M adalah kejadian terambilnya bola merah. Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned}P\left((B\cap B)\cup(M\cap M)\right) &= P(B\cap B)+P(M\cap M)\\&= P(B)\times P(B)+P(M)\times P(M)\\&= \frac{4}{10}\times\frac{4}{10}+\frac{6}{10}\times\frac{6}{10}\\&= \frac{16}{100}+\frac{36}{100}\\&= \frac{52}{100}\\&= 0{,}52\end{aligned}$$

Jadi, peluang terambilnya kedua bola berwarna sama adalah 0,52.

Contoh Soal 17

Dari suatu kotak yang berisi 6 bola merah dan 5 bola kuning, akan diambil tiga bola satu per satu tanpa pengembalian. Peluang terambilnya 1 bola kuning dari percobaan tersebut adalah ....

Pembahasan:

Misalkan M adalah kejadian terambilnya bola merah dan K adalah kejadian terambilnya bola kuning.

Pengambilan tiga bola satu per satu dengan salah satunya bola kuning memiliki 3 kemungkinan, yaitu MMK, MKM, atau KMM. Tiga kejadian ini tidak saling bebas, karena pengambilan bola sebelumnya berpengaruh pada banyak bola untuk pengambilan berikutnya. Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned}P(MMK\cup MKM\cup KMM) &= P(MMK)+P(MKM)+P(KMM)\\&= P(M)\cdot P(M|M)\cdot P(K|M|M)+P(M)\cdot P(K|M)\cdot P(M|K|M)+P(K)\cdot P(M|K)\cdot P(M|M|K)\\&= \frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{9}+\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{9}+\frac{5}{11}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}\\&= 3\cdot\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{9}\\&= \frac{5}{11}\end{aligned}$$

Jadi, peluang terambilnya 1 bola kuning dari percobaan tersebut adalah $\frac{5}{11}$.

Contoh Soal 18

Departemen kepolisian suatu kota melaporkan bahwa tahun 2014 telah terjadi 10 kasus kejahatan. Sementara tahun 2015 telah terjadi 8 kasus kejahatan, dan tahun 2016 telah terjadi 5 kasus kejahatan. Jika hendak dipilih dua kasus kejahatan secara acak, peluang terpilihnya kedua kasus dari tahun 2014 adalah ….

Pembahasan:

Pemilihan kasus pertama akan berpengaruh pada kasus kedua, karena banyaknya kasus pada pemilihan kedua akan berkurang. Ini berarti, pemilihan kasus kejahatan pertama di tahun 2014 dan pemilihan kasus kejahatan kedua di tahun 2014 merupakan kejadian tidak saling bebas. Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} P(2014 \cap 2014) &= P(2014) \cdot P(2014 \mid 2014) \\ &= \frac{10}{23} \cdot \frac{9}{22} = \frac{45}{253} \end{aligned}$$

Jadi, peluang terpilihnya kedua kasus dari tahun 2014 adalah $\frac{45}{253}$.

G. Peluang Kejadian Bersyarat

Pada dua kejadian A dan B yang tidak saling bebas, berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$$

Jika kedua ruas dibagi dengan $P(A)$, diperoleh:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\cancel{P(A)} \cdot P(B \mid A)}{\cancel{P(A)}}$$

$$\boxed{P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

$P(B|A)$ dibaca peluang kejadian B dengan syarat kejadian A terjadi lebih dulu.

Contoh Soal 19

Seratus orang siswa ditanya, apakah setuju melakukan *study tour* ke luar negeri? Berikut adalah jawabannya.

	Ya	Tidak	Jumlah
Laki-laki	24	16	40
Perempuan	13	47	60
Jumlah	37	63	100

Jika hendak dipilih satu orang secara acak, tentukan:

a. peluang yang menjawab ya dari siswa laki-laki; dan

b. peluang terpilihnya perempuan dari siswa yang menjawab tidak.

Pembahasan:

Oleh karena kejadian tersebut bersyarat, maka:

a. $$P(\text{ya} \mid \text{laki-laki}) = \frac{P(\text{ya dan laki-laki})}{P(\text{laki-laki})} = \frac{\frac{24}{100}}{\frac{40}{100}} = \frac{24}{40} = 0{,}6$$

Jadi, peluang yang menjawab ya dari siswa laki-laki adalah 0,6.

b. $$P(\text{perempuan} \mid \text{tidak}) = \frac{P(\text{perempuan dan tidak})}{P(\text{tidak})} = \frac{\frac{47}{100}}{\frac{63}{100}} = \frac{47}{63} = 0{,}746$$

Jadi, peluang terpilihnya perempuan dari siswa yang menjawab tidak adalah 0,746.