FISIKA

KESEIMBANGAN BENDA TEGAR

Tujuan Pembelajaran
Setelah mempelajari materi ini, kamu diharapkan memiliki kemampuan berikut. 1. Memahami syarat keseimbangan benda tegar. 2. Memahami macam-macam keseimbangan benda tegar. 3. Memahami konsep momen kopel. 4. Memahami keseimbangan tiga buah gaya dan contoh konstruksi keseimbangan batang. 5. Memahami konsep titik berat.

A. Syarat Keseimbangan Benda Tegar

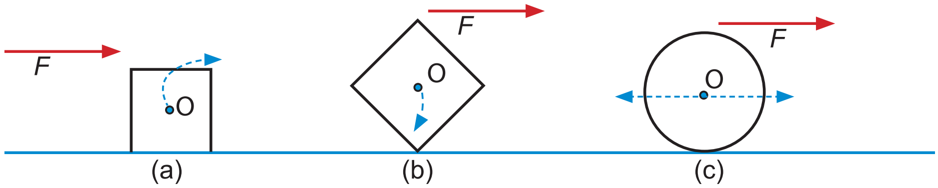
Benda tegar adalah suatu benda yang bentuknya tidak berubah meskipun diberikan gaya luar pada benda tersebut. Dalam sistem partikel, benda dianggap sebagai suatu titik materi yang ukurannya dapat diabaikan. Oleh karena itu, semua gaya yang bekerja pada benda dianggap bekerja pada titik materi tersebut sehingga terjadi gerak translasi. Syarat yang berlaku bagi keseimbangan sistem partikel hanyalah kesimbangan translasi, sedangkan pada benda tegar berlaku keseimbangan translasi dan keseimbangan rotasi. Secara umum, suatu benda tegar/ partikel berada dalam keadaan seimbang jika memenuhi syarat berikut.

- Untuk benda tegar, syarat $\sum F = 0$, $\sum \tau = 0$.
- Untuk sistem partikel, syarat $\sum F = 0$.

B. Macam-Macam Keseimbangan Benda Tegar

a. Keseimbangan Stabil (Mantap)

Jika pada benda diberikan gangguan yang mengakibatkan posisi benda berubah (pusat gravitasi O naik), maka setelah gangguan tersebut dihilangkan, benda akan kembali ke posisi semula (gambar a).



b. Keseimbangan Labil (Goyah)

Jika pada benda diberikan gangguan yang mengakibatkan posisi benda berubah (pusat gravitasi O turun), maka setelah gangguan tersebut dihilangkan, benda tidak kembali atau menjauhi posisi semula (gambar b).

c. Keseimbangan Netral (Indiferen/Sembarang)

Jika pada benda diberikan gangguan yang mengakibatkan posisi benda berubah (pusat gravitasi O tidak naik atau turun), maka benda akan berada pada posisinya yang baru (gambar c).

Jika sebuah benda yang berada dalam keseimbangan stabil dipengaruhi oleh gaya luar, maka benda tersebut dapat mengalami gerak translasi (menggeser) atau gerak rotasi (mengguling). Syarat-syarat suatu benda agar dapat bergerak menggeser atau mengguling adalah sebagai berikut.

1. Syarat benda menggeser adalah $\sum F \neq 0$ dan $\sum \tau = 0$.
2. Syarat benda mengguling adalah $\sum F = 0$ dan $\sum \tau \neq 0$.
3. Syarat benda menggeser dan mengguling adalah $\sum F \neq 0$ dan $\sum \tau \neq 0$.

C. Momen Kopel

Kopel adalah pasangan gaya yang sama besar, tetapi arahnya berlawanan. Kopel yang bekerja pada sebuah benda akan menghasilkan momen kopel. Momen kopel yang dilambangkan dengan M adalah hasil perkalian antara gaya dan jarak kedua gaya tersebut.

Secara matematis, momen kopel dirumuskan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{M = F \times d}$$

Keterangan:

M = momen kopel (Nm);

F = besar salah satu gaya (N); dan

d = jarak antara dua gaya (m).

Momen kopel merupakan besaran vektor yang memiliki besar dan arah. Saat menghitung besar momen kopel, harus diperhatikan kecenderungan berputarnya benda tersebut. Untuk itu, dibuatlah perjanjian tanda momen kopel berikut.

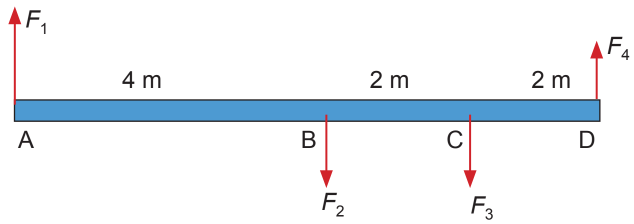
- Momen kopel bernilai negatif jika benda berputar searah putaran jarum jam.
- Momen kopel bernilai positif jika benda berputar berlawanan arah putaran jarum jam.

Apabila beberapa kopel sebidang bekerja pada sebuah benda, maka resultan momen kopelnya merupakan jumlah dari masing-masing momen kopelnya.

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n$$

Contoh Soal 1

Pada batang AD yang memiliki panjang 8 m bekerja empat buah gaya, yaitu $F_1 = F_2 = 30$ N dan $F_3 = F_4 = 20$ N seperti gambar berikut.



Hitunglah besar momen kopel pada batang *AD* dan tentukan arahnya.

Pembahasan:

Diketahui:

$L_{AD} = 8$ m

$F_1 = F_2 = 30$ N

$F_3 = F_4 = 20$ N

Ditanya: M dan arah = ... ?

Dijawab:

Hitunglah dahulu momen kopel masing-masing pasangan gaya, lalu tentukan resultannya.

Pasangan gaya F_1 dan F_2 dengan $d = 4$ m:

$M_1 = -F \cdot d$

$= (-30)\ 4$

$= (-120)$ Nm

Pasangan gaya F_3 dan F_4 dengan $d = 2$ m:

$M_2 = F \cdot d$

$= 20 \cdot 2$

$= 40$ Nm

Resultan momen kopel:

$M = M_1 + M_2$

$= -120 + 40$

$= -80$

Tanda minus menunjukkan bahwa arah momen kopel searah putaran jarum jam.

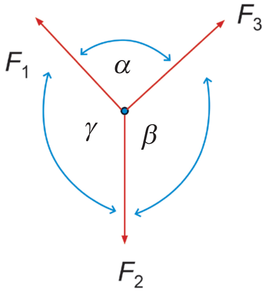
Jadi, besarnya momen kopel pada batang *AD* adalah 80 Nm searah putaran jarum jam.

C. Keseimbangan Tiga Buah Gaya

Apabila ada tiga buah gaya yang bekerja pada suatu titik partikel yang berada dalam keadaan seimbang, maka berlaku rumusan SUPER berikut.

Super "Solusi Quipper"

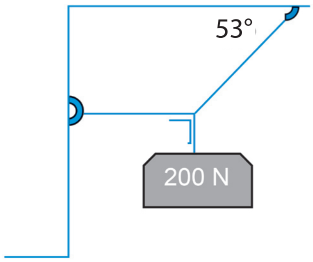
1. Resultan dua buah gaya akan sama besar dan berlawanan arah dengan gaya yang lain.
2. Hasil bagi setiap besar gaya dengan sinus sudut di seberangnya selalu bernilai sama.



$$\frac{F_1}{\sin\beta} = \frac{F_2}{\sin\alpha} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$$

Contoh Soal 2

Perhatikanlah gambar berikut!

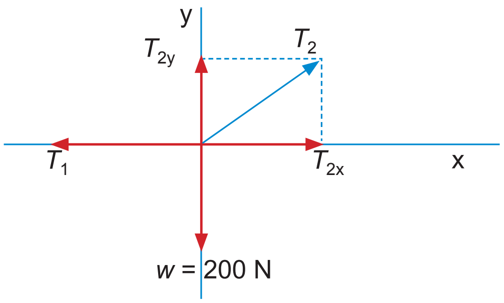


Jika benda dalam keadaan diam, maka besar tegangan pada kedua tali tersebut adalah ….

(tan 37° = $\frac{3}{4}$)

Pembahasan:

Mula-mula, perhatikan gambar analisis gaya berikut.



$$w = 200 \text{ N}$$

$$T_{2x} = T_2 \cos 53° = 0{,}6T_2$$

$$T_{2y} = T_2 \sin 53° = 0{,}8T_2$$

Kemudian, terapkan syarat keseimbangan.

$$\sum F_x = 0$$

$$T_{2x} - T_1 = 0$$

$$T_1 = T_{2x}$$

$$= 0{,}6T_2 \text{..............................(*)}$$

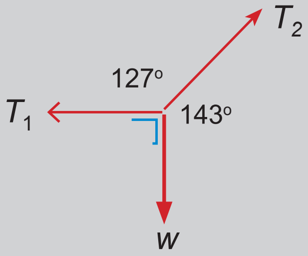
$$\sum F_y = 0$$
$$T_{2y} - w = 0$$
$$T_{2y} = w$$
$$0{,}8T_2 = 200$$
$$T_2 = 250$$

Dengan mensubstitusikan $T_2 = 250$ ke persamaan (*), maka diperoleh:

$$T_1 = 0{,}6T_2$$
$$= 0{,}6(250)$$
$$= 150$$

Jadi, tegangan talinya adalah $T_1 = 150$ N dan $T_2 = 250$ N.

Super "Solusi Quipper"



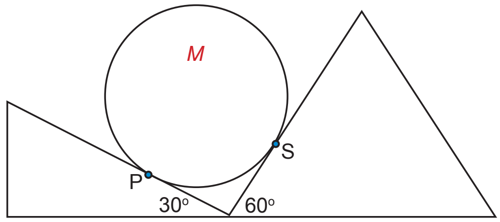
$$\boxed{\frac{T_1}{\sin 143^\circ} = \frac{T_2}{\sin 90^\circ} = \frac{w}{\sin 127^\circ}}$$

$$\frac{T_1}{0{,}6} = \frac{T_2}{1} = \frac{200}{0{,}8}$$

Dari perbandingan di atas, kita dapatkan $T_1 = 150$ N dan $T_2 = 250$ N.

Contoh Soal 3

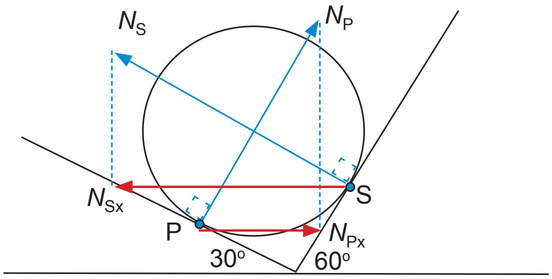
Sebuah benda bermassa *M* dalam keadaan diam digambarkan seperti berikut.



Tentukanlah perbandingan gaya normal di titik P dan S!

Pembahasan:

Untuk masalah ini, cukup analisis gaya pada komponen sumbu-X saja.



$N_{Px} = N_P \cos 60°$

$N_{px} = N_p \cos 60°$

$N_{sx} = N_s \cos 30°$

Kemudian, terapkan syarat keseimbangan.

$$\sum F_x = 0$$

$$N_{Px} - N_{Sx} = 0$$

$$N_{Px} = N_{Sx}$$

$$N_P \cos 60° = N_S \cos 30°$$

$$\frac{N_P}{N_S} = \frac{\cos 30°}{\cos 60°}$$

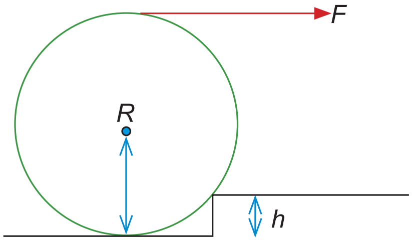
$$= \frac{0{,}5\sqrt{3}}{0{,}5}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{1}$$

Jadi, perbandingan gaya normal di titik P dan S adalah $\sqrt{3}$: 1.

Contoh Soal 4

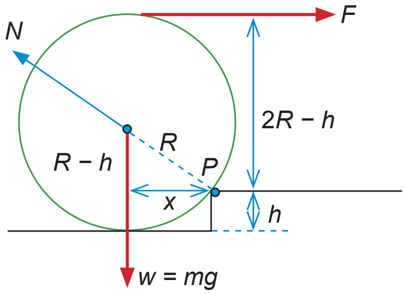
Sebuah roda bermassa *m* terletak di atas sebuah lantai seperti gambar berikut.



Jika percepatan gravitasi *g*, maka besarnya gaya mendatar minimum *F* yang cukup untuk mengangkat roda dari atas lantai (dalam *m*, *g*, *R*, dan *h*) adalah ....

Pembahasan:

Mula-mula, perhatikan gambar analisis gaya berikut.



Dengan dalil Pythagoras, diperoleh:

$$\begin{aligned} x^2 &= R^2 - (R-h)^2 \\ &= R^2 - R^2 + 2Rh - h^2 \\ &= 2Rh - h^2 \\ x &= \sqrt{2Rh - h^2} \end{aligned}$$

Kemudian, terapkan syarat keseimbangan.

$$\sum \tau_P = 0 \qquad \text{(dengan P sebagai poros)}$$

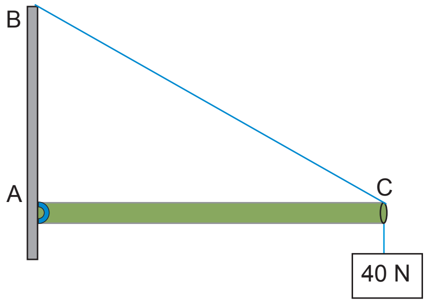
$$\begin{aligned} w(x) - F(2R-h) &= 0 \\ F(2R-h) &= w(x) \\ F &= \frac{w(x)}{(2R-h)} \\ &= \frac{m \cdot g\sqrt{2Rh-h^2}}{(2R-h)} \end{aligned}$$

Jadi, besarnya F minimum dalam $m, g, R,$ dan h adalah $\dfrac{m \cdot g\sqrt{2Rh - h^2}}{(2R - h)}$.

D. Contoh Konstruksi Keseimbangan Batang

Contoh Soal 5

Perhatikan sistem keseimbangan berikut!



AC adalah batang homogen yang memiliki panjang 120 cm dan berat 22 N. Pada ujung batang, digantung sebuah balok dengan berat 40 N. Tentukan besar tegangan tali BC jika AB = 90 cm.

Pembahasan:

Diketahui:

AC = 120 cm = 1,2 m

W_b = 22 N

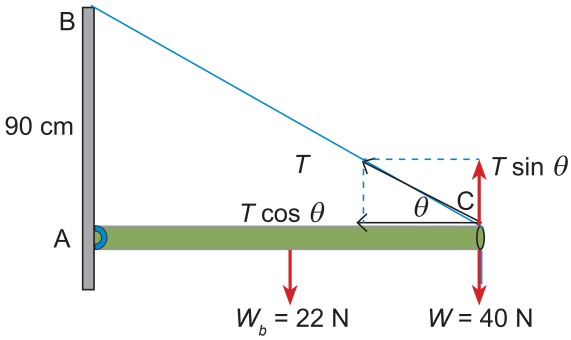
W = 40 N

AB = 90 cm = 0,9 m

Ditanya: T = ... ?

Dijawab:

Mula-mula, perhatikan gambar analisis gaya berikut.



Dengan dalil Pythagoras, diperoleh:

$BC = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150$ cm.

Kemudian, tinjau batang homogen sebagai benda yang mengalami gaya. Pada batang tersebut, terdapat gaya berat balok, berat batang, dan tegangan tali dalam arah sumbu-Y.

Berdasarkan syarat keseimbangan, diperoleh:

$$\sum \tau_A = 0 \quad \text{(dengan } A \text{ sebagai poros)}$$

$$-W(AC) - W_b\left(\frac{1}{2}AC\right) + T\sin\theta(AC) = 0$$

$$-40(1,2) - 22(0,6) + T\left(\frac{90}{150}\right)(1,2) = 0$$

$$-48 - 13,2 + 0,72T = 0$$

$$0,72T = 61,2$$

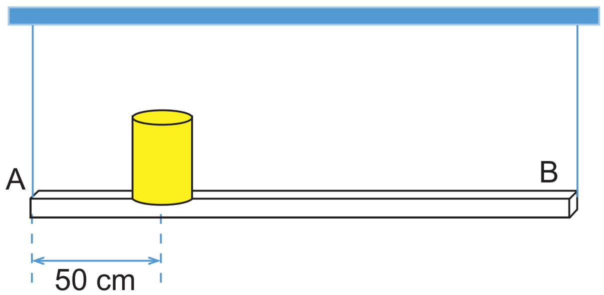
$$T = \frac{61,2}{0,72}$$

$$= 85\,\text{N}$$

Jadi, besar tegangan tali BC adalah 85 N.

Contoh Soal 6

Perhatikan gambar berikut!



Dua buah kawat baja digunakan untuk menopang batang horizontal dengan berat 80 N dan panjang 2 m. Jika beban seberat 240 N ditempatkan pada jarak 50 cm dari ujung kawat A, maka besar tegangan pada kawat B adalah ….

Pembahasan:

Diketahui:

$W_b = 80$ N

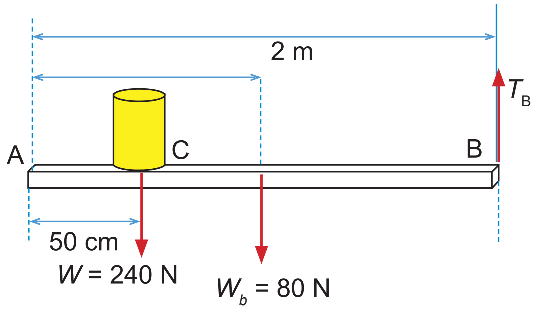
AB = 2 m

$W = 240$ N

Ditanya: $T_B = ...$?

Dijawab:

Mula-mula, perhatikan gambar analisis gaya berikut.



Kemudian, tinjau batang sebagai benda yang mengalami gaya. Pada batang tersebut, terdapat gaya berat silinder, berat batang, dan tegangan tali dalam arah sumbu *y*.

$$\sum \tau_A = 0 \quad \text{(dengan A sebagai poros)}$$

$$-W(AC) - W_b\left(\frac{1}{2}AB\right) + T_B(AB) = 0$$

$$-240(0,5) - 80(1) + T_B(2) = 0$$

$$-120 - 80 + 2T_B = 0$$

$$2T_B = 200$$

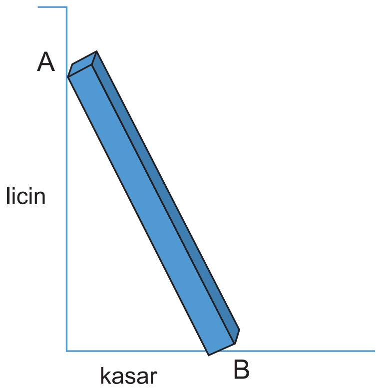
$$T_B = \frac{200}{2}$$

$$= 100\,\text{N}$$

Jadi, tegangan tali pada kawat *B* adalah 100 N.

Contoh Soal 7

Perhatikan gambar berikut.



Sebuah batang homogen AB yang panjangnya 5 m dan massanya 10 kg disandarkan pada dinding vertikal yang licin. Ujung B terletak di lantai yang kasar 3 m dari dinding. Tentukanlah koefisien gesek lantai dengan ujung B agar batang seimbang. ($g = 10$ m/s^2)

Pembahasan:

Diketahui:

AB = 5 m

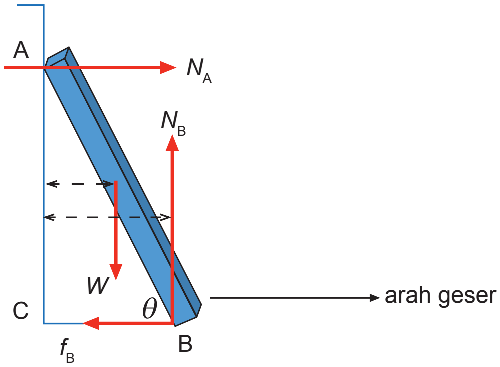
$m = 10$ kg $\rightarrow W = 10 \cdot 10 = 100$ N

$g = 10$ m/s^2

Ditanya: $\mu = ...?$

Dijawab:

Mula-mula, perhatikan gambar analisis gaya berikut.



Dengan dalil Phytagoras, jika $BC = 3$ m, $AB = 5$ m, maka $AC = 4$ m.

Kemudian, tinjau batang homogen sebagai benda yang mengalami gaya. Pada batang tersebut, terdapat gaya normal A dan gaya gesek B dalam arah sumbu X. Adapun gaya berat batang dan gaya normal B berada dalam arah sumbu Y.

Syarat keseimbangan:

$$\sum \tau_B = 0$$

$$-N_A(\text{AC}) + W\left(\frac{1}{2}\text{BC}\right) = 0$$

$$-N_A(4) + 100\left(\frac{1}{2} \cdot 3\right) = 0$$

$$-4N_A + 150 = 0$$

$$4N_A = 150$$

$$N_A = \frac{150}{4} = 37{,}5\,\text{N}$$

$$\sum F_y = 0$$
$$N_B - W = 0$$
$$N_B = W$$
$$= 100\,\text{N}$$

$$\sum F_x = 0$$
$$N_A - f_B = 0$$
$$N_A - \mu N_B = 0$$
$$\mu N_B = N_A$$
$$\mu = \frac{N_A}{N_B} = \frac{37{,}5}{100} = 0{,}375$$

Jadi, koefisien gesek lantai dengan ujung B agar batang seimbang adalah 0,375.

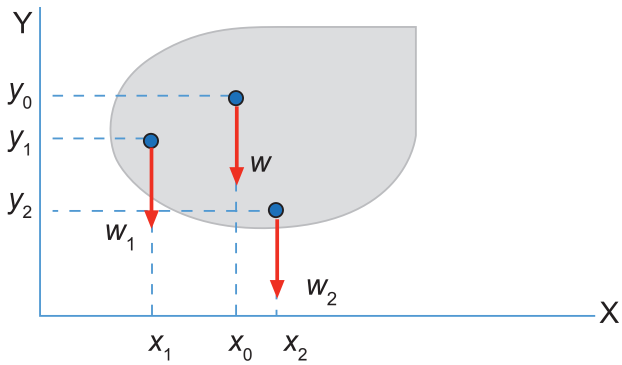
Super "Solusi Quipper"

$$\mu = \frac{1}{2\tan\theta}$$
$$= \frac{1}{2\left(\frac{4}{3}\right)}$$
$$= \frac{3}{8} = 0{,}375$$

E. Titik Berat

Sebuah benda terdiri atas partikel-partikel atau bagian yang masing-masing mempunyai berat. Resultan dari semua berat itu disebut **berat benda**. Resultan ini bekerja melalui suatu titik tunggal (titik tangkap) yang disebut **titik berat** (pusat gravitasi).

Pada umumnya, untuk benda yang ukurannya tidak terlalu besar, titik berat berimpit dengan pusat massanya. **Titik pusat massa** adalah titik yang mewakili posisi benda jika dianggap sebagai suatu titik materi.



Koordinat titik berat (*w*) dapat ditentukan dengan rumusan berikut.

$$x_0 = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2 + ...}{w_1 + w_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.w_1 + y_2.w_2 + ...}{w_1 + w_2 + ...}$$

Untuk benda-benda homogen seragam (massa jenis serba sama), berlaku rumusan berikut.

a. Berdimensi Satu (Garis)

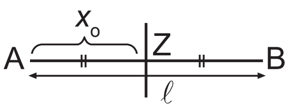
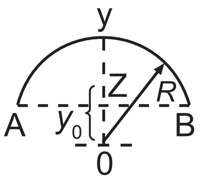
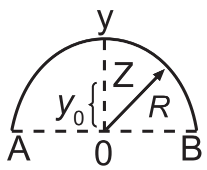
$$x_0 = \frac{x_1.L_1 + x_2.L_2 + ...}{L_1 + L_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.L_1 + y_2.L_2 + ...}{L_1 + L_2 + ...}$$

Keterangan:

x_1 = absis 1 garis pertama;
L_1 = panjang garis pertama (m);
x_2 = absis 2 garis kedua;
L_2 = panjang garis kedua (m);
y_1 = ordinat 1 garis pertama; dan
y_2 = ordinat 2 garis kedua.

Titik berat benda homogen berbentuk garis untuk beberapa benda dapat dilihat pada tabel berikut.

Nama Benda	Gambar Benda	Letak Titik Berat	Keterangan
Garis lurus		$y_0 = \frac{1}{2} AB$	Z = titik tengah garis
Busur lingkaran		$y_0 = \frac{\overline{AB}}{AB} R$	R = jari-jari lingkaran $\overline{AB}$ = tali busur AB AB = busur AB
Busur setengah lingkaran		$y_0 = \frac{2R}{\pi}$	R = jari-jari lingkaran

b. Berdimensi Dua (Bidang)

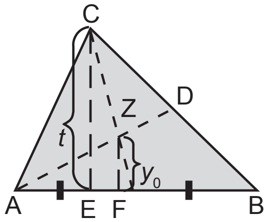
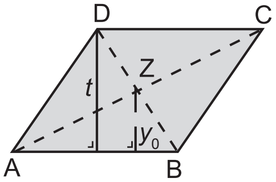
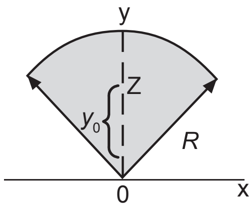
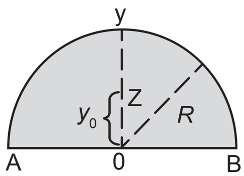
$$x_0 = \frac{x_1.A_1 + x_2.A_2 + ...}{A_1 + A_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.A_1 + y_2.A_2 + ...}{A_1 + A_2 + ...}$$

Keterangan:

x_1 = absis 1 luas benda pertama;
A_1 = luas bidang pertama (m);
x_2 = absis 2 luas benda kedua;
A_2 = luas bidang kedua (m);
y_1 = ordinat 1 luas benda pertama; dan
y_2 = ordinat 2 luas benda kedua.

Titik berat benda homogen berbentuk bidang untuk beberapa benda dapat dilihat pada tabel berikut.

Nama Benda	Gambar Benda	Letak Titik Berat	Keterangan
Bidang segitiga		$y_0 = \frac{1}{3}t$	t = tinggi segitiga
Jajaran genjang Belah ketupat Persegi Persegi panjang		$y_0 = \frac{1}{2}t$	t = tinggi Z = perpotongan diagonal AC dan BD
Bidang juring lingkaran		$y_0 = \frac{2}{3}R \times \frac{\text{tali busur AB}}{\text{busur AB}}$	R = jari-jari lingkaran
Bidang setengah lingkaran		$y_0 = \frac{4R}{3\pi}$	R = jari-jari lingkaran

c. Berdimensi Tiga (Ruang)

$$x_0 = \frac{x_1.V_1 + x_2.V_2 + ...}{V_1 + V_2 + ...}$$

$$y_0 = \frac{y_1.V_1 + y_2.V_2 + ...}{V_1 + V_2 + ...}$$

Keterangan:

x_1 = absis 1 volume benda pertama;

V_1 = volume bangun ruang pertama (m);

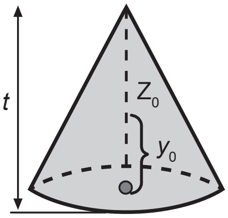
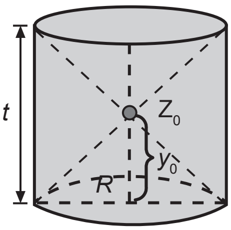
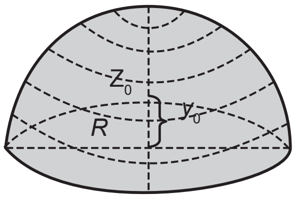
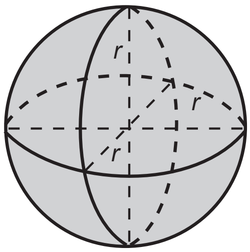
x_2 = absis 2 volume benda kedua;

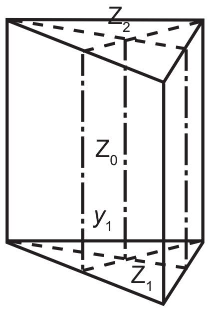
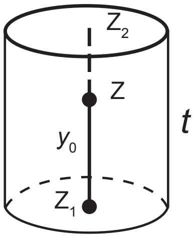
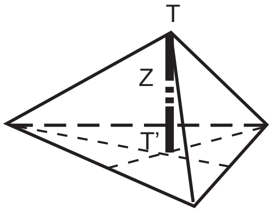
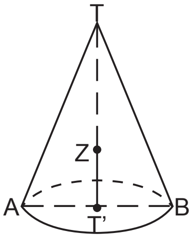
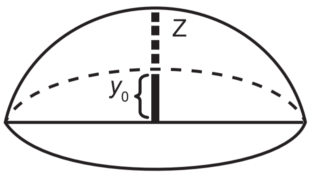
V_2 = volume bangun ruang kedua (m);

y_1 = ordinat 1 volume benda pertama; dan

y_2 = ordinat 2 volume benda kedua.

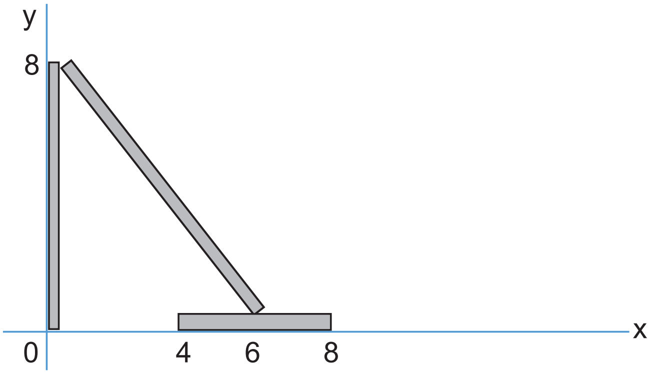
Titik berat benda homogen berbentuk ruang untuk beberapa benda dan selimutnya dapat dilihat pada tabel berikut.

Benda Ruang atau Bervolume (3 Dimensi)		
Nama Benda	**Gambar**	**Letak Titik Berat**
Kerucut pejal dengan tinggi *t*		$y_o = \frac{1}{4}t$ $V = \frac{1}{3}\pi R^3$
Silinder pejal dengan tinggi *t*		$y_o = \frac{1}{2}t$ $V = \pi R^2 t$
Setengah bola pejal dengan jari-jari *R*		$y_0 = \frac{3}{8}R$ $V = \frac{2}{3}\pi R^3$
Bola pejal dengan jari-jari *R* dan sama dengan kulitnya		$y_0 = R$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Nama Benda	Gambar Benda	Letak Titik Berat	Keterangan
Bidang kulit prisma		Z terletak pada titik tengah garis Z_1Z_2 $y_0 = \frac{1}{2}l$	*l* panjang sisi tegak
Bidang kulit silinder tanpa tutup		$y_0 = \frac{1}{2}t$ $A = 2\pi RT$	t = tinggi silinder R = jari-jari lingkaran alas silinder A = luas alas silinder
Bidang kulit limas		$T'Z = \frac{1}{3}T'T$	$T'T$ = garis tinggi ruang
Bidang kulit kerucut		$ZT' = \frac{1}{3}TT_1$	TT′ = tinggi kerucut T′ = pusat lingkaran alas kerucut
Bidang kulit setengah bola		$y_0 = \frac{1}{2}R$	R = jari-jari

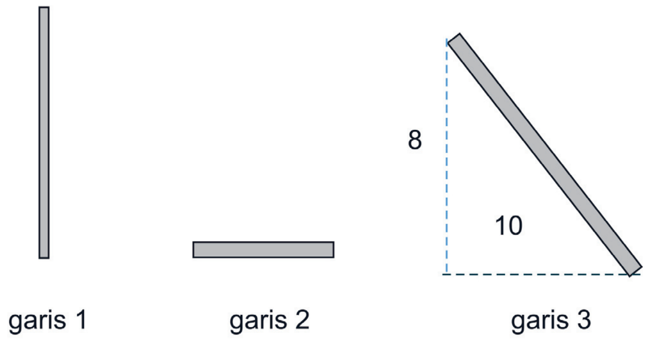
Contoh Soal 8

Perhatikan gambar berikut!



Tentukan koordinat titik berat bangun tersebut.

Pembahasan:



garis 1: $x_1 = 0; y_1 = 4; L_1 = 8$

garis 2: $x_2 = 6; y_2 = 0; L_2 = 4$

garis 3: $x_3 = 3; y_3 = 4; L_3 = 10$

Berdasarkan rumus titik berat, diperoleh:

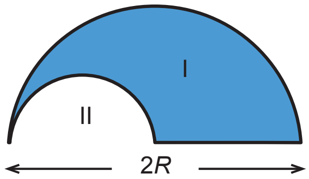
$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{x_1 \cdot L_1 + x_2 \cdot L_2 + x_3 \cdot L_3}{L_1 + L_2 + L_3} \\ &= \frac{0(8) + 6(4) + 3(10)}{8 + 4 + 10} \\ &= \frac{54}{22} \\ &= 2,45 \end{aligned}$$

$$y_0 = \frac{y_1 \cdot L_1 + y_2 \cdot L_2 + y_3 \cdot L_3}{L_1 + L_2 + L_3}$$
$$= \frac{4(8) + 0(4) + 4(10)}{8 + 4 + 10}$$
$$= \frac{72}{22}$$
$$= 3{,}27$$

Jadi, koordinat titik berat bangun tersebut adalah ($\frac{54}{22}$, $\frac{72}{22}$) atau (2,45; 3,27).

Contoh Soal 9

Perhatikan gambar berikut!



Tentukanlah ordinat titik berat benda tersebut (bidang teratur) jika diukur dari alasnya.

Pembahasan:

Benda I = setengah lingkaran berjari-jari *R*

$$y_1 = \frac{4R}{3\pi}$$
$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot \pi R^2$$
$$= \frac{\pi R^2}{2}$$

Benda II = setengah lingkaran berjari-jari ½ *R*

$$y_2 = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4\left(\frac{1}{2}R\right)}{3\pi} = \frac{2R}{3\pi}$$
$$A_2 = -\frac{1}{2} \cdot \pi R^2$$
$$= -\frac{1}{2} \cdot \pi \left(\frac{1}{2}R\right)^2$$
$$= -\frac{\pi R^2}{8} (\text{bidang tidak ada})$$

Berdasarkan rumus titik berat, diperoleh:

$$y_0 = \frac{\frac{4R}{3\pi}\left(\frac{\pi R^2}{2}\right) + \frac{2R}{3\pi}\left(-\frac{\pi R^2}{8}\right)}{\frac{\pi R^2}{2} + \left(-\frac{\pi R^2}{8}\right)}$$

$$y_0 = \frac{\frac{2R^3}{3} - \frac{R^3}{12}}{\frac{3\pi R^2}{8}}$$

$$= \frac{\frac{7R^3}{12}}{\frac{3\pi R^2}{8}}$$

$$= \frac{14R}{9\pi}$$

Jadi, ordinat titik berat benda tersebut adalah $\frac{14R}{9\pi}$.